

## Τράπεζα Θεμάτων – Αριθμητική Πρόοδος

### 1. Θέμα 2 – 35046

Σε μία αριθμητική πρόοδο  $(\alpha_n)$  ισχύουν:  $\alpha_1 = 2$  και  $\alpha_{25} = \alpha_{12} + 39$ .

α) Να δείξετε ότι η διαφορά της προόδου είναι  $\omega = 3$ .

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε ποιός όρος της προόδου είναι ίσος με 152.

(Μονάδες 13)

### 2. Θέμα 2 – 35143

Δίνεται η αριθμητική πρόοδος  $(\alpha_n)$  με όρους  $\alpha_2 = 0$ ,  $\alpha_4 = 4$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $\omega = 2$  και  $\alpha_1 = -2$ , όπου  $\omega$  είναι η διαφορά της προόδου και  $\alpha_1$  ο πρώτος όρος της.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι ο  $n$ -οστος όρος της προόδου είναι ίσος με  $\alpha_n = 2n - 4$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  και να βρείτε ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με 98.

(Μονάδες 15)

### 3. Θέμα 2 – 34145

Δίνεται αριθμητική πρόοδος  $(\alpha_n)$  με διαφορά  $\omega$ .

α) Να δείξετε ότι:  $\frac{\alpha_{15} - \alpha_9}{\alpha_{10} - \alpha_7} = 2$ .

(Μονάδες 13)

β) Αν  $\alpha_{15} - \alpha_9 = 18$ , να βρείτε τη διαφορά  $\omega$  της προόδου.

(Μονάδες 12)

### 4. Θέμα 2 – 36897

α) Να βρείτε το άθροισμα των  $n$  πρώτων διαδοχικών θετικών ακέραιων  $1, 2, 3, \dots, n$ .

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε πόσοι από τους πρώτους διαδοχικούς θετικούς ακέραιους έχουν άθροισμα 45.

(Μονάδες 13)

### 5. Θέμα 2 – 35375

Δίνεται αριθμητική πρόοδος  $(\alpha_n)$  για την οποία ισχύει ότι:  $\alpha_1 = 19$  και  $\alpha_{10} - \alpha_6 = 24$ .

α) Να αποδείξετε ότι η διαφορά της προόδου είναι  $\omega = 6$ .

(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε τον  $\alpha_{20}$ .

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της προόδου.

(Μονάδες 8)

### 6. Θέμα 2 – 34147

Σε αριθμητική πρόοδο (αν) με διαφορά  $\omega = 4$ , ισχύει:  $\alpha_6 + \alpha_{11} = 40$ .

α) Να βρείτε τον πρώτο όρο  $\alpha_1$  της προόδου.

(Μονάδες 12)

β) Πόσους πρώτους όρους της προόδου πρέπει να προσθέσουμε ώστε το άθροισμά τους να είναι ίσο με το μηδέν; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

### 7. Θέμα 2 – 34158

Σε αριθμητική πρόοδο (αν) είναι  $\alpha_1 = 2$  και  $\alpha_5 = 14$ .

α) Να αποδείξετε ότι η διαφορά  $\omega$  της προόδου είναι ίση με 3.

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε πόσους από τους πρώτους όρους της αριθμητικής προόδου (αν) πρέπει να προσθέσουμε, ώστε το άθροισμά τους να είναι ίσο με 77.

(Δίνεται:  $\sqrt{1849} = 43$ ).

(Μονάδες 13)

### 8. Θέμα 2 – 14573

Δίνεται αριθμητική πρόοδος  $(\alpha_n)$  για την οποία ισχύει:  $\alpha_4 - \alpha_2 = 10$ .

α) Να δείξετε ότι η διαφορά της προόδου είναι  $\omega = 5$ .

(Μονάδες 10)

β) Αν το άθροισμα των τριών πρώτων όρων της προόδου είναι ίσο με 33, να βρείτε τον πρώτο όρο  $\alpha_1$  της προόδου.

(Μονάδες 15)

### 9. Θέμα 2 – 14512

α) Να λύσετε τις εξισώσεις  $x^2 = 1$  και  $x^2 = 9$ .

(Μονάδες 9)

β) Να διατάξετε τις λύσεις των εξισώσεων του α) ερωτήματος σε αύξουσα σειρά και στη συνέχεια

i. να δείξετε ότι με αυτή τη σειρά αποτελούν διαδοχικούς αριθμητικής προόδου  $(\alpha_n)$  της οποίας να βρείτε τη διαφορά  $\omega$ .

(Μονάδες 9)

ii. να δείξετε ότι ο αριθμός 46 δεν αποτελεί όρο της προόδου  $(\alpha_n)$ .

(Μονάδες 7)

### 10. Θέμα 2 – 34871

α) Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό  $x$ , ώστε οι αριθμοί  $x+2$ ,  $x+1$ ,  $3x+2$ , με τη σειρά που δίνονται, να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

(Μονάδες 13)

β) Για  $x = -1$ , να βρείτε τη διαφορά  $\omega$  της παραπάνω αριθμητικής προόδου.

(Μονάδες 12)

### 11. Θέμα 2 – 34153

Οι αριθμοί  $x+6$ ,  $5x+2$ ,  $11x-6$  είναι, με τη σειρά που δίνονται, διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο  $\alpha_1$  και διαφορά  $\omega$ .

α) Να βρείτε την τιμή του  $x$  και να αποδείξετε ότι  $\omega=4$ .

(Μονάδες 12)

β) Αν ο πρώτος όρος της προόδου είναι  $\alpha_1 = 0$ , να υπολογίσετε το άθροισμα  $S_8$  των 8 πρώτων όρων.

(Μονάδες 13)

### 12. Θέμα 2 – 35408

Οι αριθμοί  $A=1$ ,  $B=x+4$ ,  $\Gamma=x+8$ , είναι, με τη σειρά που δίνονται, διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου  $(\alpha_n)$ .

α) Να βρείτε την τιμή του  $x$ .

(Μονάδες 10)

β) Αν  $x=1$  και ο αριθμός  $A$  είναι ο πρώτος όρος της αριθμητικής προόδου  $(\alpha_n)$ .

i. να υπολογίσετε τη διαφορά  $\omega$ .

(Μονάδες 7)

ii. να υπολογίσετε τον εικοστό όρο της αριθμητικής προόδου.

(Μονάδες 8)

### 13. Θέμα 2 -35299

Σε ένα γυμναστήριο με 10 σειρές καθισμάτων, η πρώτη σειρά έχει 120 καθίσματα και κάθε σειρά έχει 20 καθίσματα περισσότερα από την προηγούμενη της.

α) Να εκφράσετε με μια αριθμητική πρόοδο το πλήθος των καθισμάτων της  $n$ -οστής σειράς.

(Μονάδες 9)

β) Πόσα καθίσματα έχει η τελευταία σειρά;

(Μονάδες 8)

γ) Πόσα καθίσματα έχει το γυμναστήριο;

(Μονάδες 8)

### 14. Θέμα 4 – 33858

Σε αριθμητική πρόοδο  $(\alpha_n)$  είναι  $\alpha_2 = \kappa^2$  και  $\alpha_3 = (\kappa + 1)^2$ , όπου  $\kappa$  ακέραιος με  $\kappa > 1$ .

α) Να αποδείξετε ότι η διαφορά  $\omega$  της προόδου είναι περιττός αριθμός.

(Μονάδες 8)

β) Αν επιπλέον ο πρώτος όρος της είναι  $\alpha_1 = 2$ , τότε:

i. Να βρείτε την τιμή του  $\kappa$  και να αποδείξετε ότι  $\omega = 7$ .

(Μονάδες 8)

ii. Να εξετάσετε αν ο αριθμός 72 είναι όρος της προόδου.

(Μονάδες 9)



### 15. Θέμα 4 – 33581

Σε μια αριθμητική πρόοδο  $(\alpha_n)$ , ο 3<sup>ος</sup> όρος είναι  $\alpha_3 = 8$  και ο 8<sup>ος</sup> όρος είναι  $\alpha_8 = 23$ .

α) Να βρείτε τον 1<sup>ο</sup> όρο  $\alpha_1$  και τη διαφορά  $\omega$  της προόδου.

(Μονάδες 9)

Αν  $\alpha_1 = 2$  και  $\omega = 3$ ,

β) Να υπολογίσετε τον 31<sup>ο</sup> όρο της προόδου.

(Μονάδες 6)

γ) Να υπολογίσετε το άθροισμα:  $S = (\alpha_1 + 1) + (\alpha_2 + 2) + (\alpha_3 + 3) + \dots + (\alpha_{31} + 31)$

(Μονάδες 10)

### 16. Θέμα 4 – 12945

Θεωρούμε αριθμητική πρόοδο  $(\alpha_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  με  $\alpha_3 = 8$  και  $\alpha_{11} = 32$  και την αριθμητική πρόοδο  $(\beta_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  που περιέχει τους περιττούς αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι του 56.

α) Να αποδείξετε ότι  $\alpha_1 = 2$  και  $\omega = 3$ .

(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε αν ο αριθμός  $\beta_2$  περιέχεται στην πρώτη πρόοδο.

(Μονάδες 8)

γ) Αν το άθροισμα των  $2n$  πρώτων όρων της  $(\alpha_n)$  είναι ίσο με το άθροισμα των  $n$  πρώτων όρων της  $(\beta_n)$  να βρείτε τον αριθμό  $n$ .

(Μονάδες 10)

### 17. Θέμα 4 – 13173

Δίνεται η ακολουθία  $(\alpha_n)$  με γενικό τύπο  $\alpha_n = 10 + 3n$ .

α)

i. Να δείξετε ότι η ακολουθία  $(\alpha_n)$  είναι αριθμητική πρόοδος.

(Μονάδες 6)

ii. Να βρείτε τον πρώτο όρο της  $\alpha_1$  και τη διαφορά  $\omega$  της παραπάνω αριθμητικής προόδου.

(Μονάδες 3)

β) Να βρείτε ποιοι όροι της  $(\alpha_n)$  βρίσκονται ανάμεσα στους αριθμούς 14 και 401. Πόσοι είναι οι όροι αυτοί;

(Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε το άθροισμα των όρων που βρίσκονται ανάμεσα στους αριθμούς 14 και 401.

(Μονάδες 8)

### 18. Θέμα 4 – 33579

Οι αριθμοί :  $x^2 + 5$ ,  $x^2 + x$ ,  $2x + 4$ , με τη σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

α) Να βρείτε τις δυνατές τιμές του αριθμού  $x$ .

(Μονάδες 6)

β) Αν  $x = 3$  και ο αριθμός  $x^2 + 5$  είναι ο 4<sup>ος</sup> όρος της προόδου, να βρείτε:

i. Τη διαφορά  $\omega$  της αριθμητικής προόδου.

(Μονάδες 5)

ii. Τον πρώτο όρο της προόδου.

(Μονάδες 6)

iii. Το άθροισμα  $S = \alpha_{15} + \alpha_{16} + \alpha_{17} + \dots + \alpha_{24}$ .

(Μονάδες 8)

### 19. Θέμα 4 – 36653

Δίνεται μια αριθμητική πρόοδος  $(\alpha_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  της οποίας οι τρεις πρώτοι όροι είναι:

$$\alpha_1 = x, \alpha_2 = 2x^2 - 3x - 4, \alpha_3 = x^2 - 2, \text{ με } x \text{ ακέραιο.}$$

α) Να αποδείξετε ότι  $x = 3$

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τον  $n$ -οστό όρο της προόδου και να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει όρος της προόδου που να είναι ίσος με 2014.

(Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε το άθροισμα  $S = \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_5 + \dots + \alpha_{15}$ .

(Μονάδες 7)

### 20. Θέμα 4 -36662

Ένα κλειστό στάδιο έχει 25 σειρές καθισμάτων. Στην πρώτη σειρά έχει 12 καθίσματα και καθεμιά από τις επόμενες σειρές έχει δυο καθίσματα παραπάνω από την προηγούμενη.

α) Να βρείτε πόσα καθίσματα έχει η μεσαία και πόσα η τελευταία σειρά.

(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα του σταδίου.

(Μονάδες 5)

γ) Οι μαθητές ενός Λυκείου προκειμένου να παρακολουθήσουν μια εκδήλωση, κατέλαβαν όλα τα καθίσματα από την 7<sup>η</sup> μέχρι και την 14<sup>η</sup> σειρά. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών του Λυκείου.

(Μονάδες 10)

## 21. Θέμα 4 – 36674

Ο Διονύσης γράφει στο τετράδιό του τους αριθμούς 3, 7, 11, 15,... και συνεχίζει προσθέτοντας κάθε φορά το 4. Σταματάει όταν έχει γράψει τους 40 πρώτους από τους αριθμούς αυτούς.

α) Είναι οι παραπάνω αριθμοί διαδοχικοί όροι μιας αριθμητικής προόδου; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)

β) Να βρείτε το άθροισμα των 40 αυτών αριθμών.

(Μονάδες 7)

γ) Είναι ο αριθμός 120 ένας από αυτούς τους 40 αριθμούς; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

δ) Ο Γιώργος πήρε το τετράδιο του Διονύση και συνέχισε να γράφει διαδοχικούς όρους της ίδιας αριθμητικής προόδου, από εκεί που είχε σταματήσει ο Διονύσης μέχρι να εμφανιστεί ο αριθμός 235. Να βρείτε το άθροισμα των αριθμών που έγραψε ο Γιώργος.

(Μονάδες 7)

## 22. Θέμα 4 – 37204

Σε μια αίθουσα θεάτρου με 20 σειρές καθισμάτων, το πλήθος των καθισμάτων κάθε σειράς αυξάνει καθώς ανεβαίνουμε από σειρά σε σειρά, κατά τον ίδιο πάντα αριθμό καθισμάτων. Η 1<sup>η</sup> σειρά έχει 16 καθίσματα και η 7<sup>η</sup> σειρά έχει 28 καθίσματα.

α) Να δείξετε ότι οι αριθμοί που εκφράζουν το πλήθος των καθισμάτων κάθε σειράς είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Να βρείτε τον πρώτο όρο της και τη διαφορά αυτής της προόδου.

(Μονάδες 05)

β) Να βρείτε τον γενικό όρο της προόδου.

(Μονάδες 04)

γ) Πόσα καθίσματα έχει όλο το θέατρο;

(Μονάδες 05)

δ) Αν στην 1<sup>η</sup> σειρά της αίθουσας αυτής υπάρχουν 6 κενά καθίσματα, στη 2<sup>η</sup> υπάρχουν 9 κενά καθίσματα, στην 3<sup>η</sup> υπάρχουν 12 κενά καθίσματα και γενικά τα κενά καθίσματα κάθε σειράς, από τη 2<sup>η</sup> και μετά, είναι κατά 3 περισσότερα από αυτά της προηγούμενης, τότε:

i. Να βρείτε από ποια σειρά και πέρα θα υπάρχουν μόνο κενά καθίσματα.

(Μονάδες 05)

ii. Να βρείτε πόσοι είναι οι θεατές.

(Μονάδες 06)