

Γενική μορφή εξίσωσης ευθείας – Τράπεζα Θεμάτων

1. 21662 – Θέμα 2

Δίνεται η ευθεία $\epsilon: -x + y - 2 = 0$ και τα σημεία $A(-5,1)$ και $B(-3,5)$.

α) Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου A ως προς το σημείο B . (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε:

i. την εξίσωση της ευθείας ϵ' που διέρχεται από το B και είναι κάθετη στην ϵ .

(Μονάδες 5)

ii. το σημείο τομής των ευθειών ϵ και ϵ' . (Μονάδες 5)

iii. το συμμετρικό του σημείου B ως προς την ευθεία ϵ . (Μονάδες 5)

2. 22171 – Θέμα 2

Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: 3x - y = 5$ και $\epsilon_2: x - y + 1 = 0$.

α) Να βρεθεί το σημείο τομής τους M . (Μονάδες 10)

β) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $M(3,4)$ και είναι κάθετη στην (ϵ_2) . (Μονάδες 10)

γ) Να βρεθεί ένα διάνυσμα παράλληλο στην (ϵ_1) . (Μονάδες 05)

3. 22092 – Θέμα 2

Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με κορυφή $A(1,4)$. Η πλευρά AD έχει εξίσωση $3x - 2y + 5 = 0$ και η διαγώνιος BD έχει εξίσωση $y = x + 2$.

α) Να αποδείξετε ότι η κορυφή Δ έχει συντεταγμένες $\Delta(-1,1)$. (Μονάδες 12)

β) Αν οι διαγώνιοι AG και BD του τετραπλεύρου τέμνονται κάθετα, να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου AG . (Μονάδες 13)

4. 22072 – Θέμα 2

Δίνονται οι εξισώσεις (1): $\lambda x + (\lambda - 1)y - 4 = 0$ και (2): $(3\lambda + 1)x - 2\lambda y - 7 = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι οι εξισώσεις (1) και (2) παριστάνουν εξισώσεις ευθειών για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 15)

β) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες με εξισώσεις τις (1) και (2) να είναι μεταξύ τους κάθετες. (Μονάδες 10)

5. 18244 – Θέμα 4

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = \sqrt{3}x$ και $\varepsilon_2 : y = x$.

α) Να σχεδιάσετε τις $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ στο ίδιο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.

(Μονάδες 6)

β) Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει κάθε μια από τις ευθείες ε_1 και ε_2 με τον άξονα xx' .

(Μονάδες 6)

γ) Να αιτιολογήσετε γιατί η οξεία γωνία των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ είναι 15° .

(Μονάδες 3)

δ) Να αποδείξετε ότι $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$.

(Μονάδες 10)

6. 15253 – Θέμα 4

Δίνεται η εξίσωση $(\mu^2 - 1)x + (3\mu^2 - 2\mu - 1)y - 5\mu^2 + 4\mu + 1 = 0$ (1), όπου $\mu \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ η (1) παριστάνει ευθεία ε .

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ οι ευθείες ε :

i. είναι παράλληλες στον xx' .

(Μονάδες 4)

ii. είναι παράλληλες στον yy' .

(Μονάδες 4)

iii. διέρχονται από το $(0,0)$.

(Μονάδες 4)

γ) Να δείξετε ότι όλες οι ευθείες ε που προκύπτουν από την (1) διέρχονται από σταθερό σημείο.

(Μονάδες 8)

7. 21652 – Θέμα 4

Δίνονται οι εξισώσεις $\lambda x + y = 2\lambda$ (1) και $x + \lambda y = \lambda + 1$ (2), όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ οι εξισώσεις (1) και (2) παριστάνουν ευθείες ε_λ και η_λ αντίστοιχα.

(Μονάδες 6)

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ οι ευθείες ε_λ και η_λ τέμνονται.

(Μονάδες 6)

γ) Για $\lambda \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

i. να βρείτε συναρτήσει του λ τις συντεταγμένες του σημείου τομής M των ε_λ και η_λ .

(Μονάδες 7)

ii. αν $M\left(\frac{2\lambda+1}{\lambda+1}, \frac{\lambda}{\lambda+1}\right)$ να αποδείξετε ότι το M κινείται στην ευθεία $\zeta : x - y = 1$.

(Μονάδες 6)

8. 16003 – Θέμα 4

Θεωρούμε την οικογένεια των ευθειών $\varepsilon_\alpha : (\alpha - 4)x - 2\alpha y + \alpha + 4 = 0, \alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τις ευθείες που προκύπτουν όταν $\alpha = 0$ και όταν $\alpha = 1$ και κατόπιν να προσδιορίσετε το κοινό τους σημείο M .

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες της οικογένειας διέρχονται από το M .

(Μονάδες 6)

γ) Έστω ότι μια ευθεία της παραπάνω οικογένειας τέμνει τους θετικούς ημιάξονες Ox , Oy στα σημεία A και B αντίστοιχα.

i. Να αποδείξετε ότι $0 < \alpha < 4$.

(Μονάδες 6)

ii. Να βρείτε για ποια τιμή του α ισχύει $(OA) = 2(OB)$

(Μονάδες 5)