

Προτεινόμενα Θέματα Επανάληψης

1. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 2 - \sqrt{x+4}$ και $g(x) = \sqrt{5-x}$.
 - α) Να αποδείξετε ότι η f είναι 1-1 και να ορίσετε την f^{-1} .
 - β) Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{f(x)}$
 - γ) Έστω ότι $f^{-1}(x) = x^2 - 4x$, με $x \in (-\infty, 2]$. Να ορίσετε τη συνάρτηση $f^{-1} \circ g$.
2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 10$.
 - α) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.
 - β) Να μελετήσετε την f ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής.
 - γ) Να βρείτε το $\int_0^1 f(x) dx$.
3. Δίνεται παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $f(\ln 3) = \ln 2$ και:
$$2f'(x) = e^{x-f(x)} \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$
 - α) Να αποδείξετε ότι $f(x) = \ln(e^x + 1) - \ln 2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
 - β) Να βρείτε, αν υπάρχει, την ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της f στο $+\infty$.
 - γ) Αν ισχύει ότι $f(x) \geq \alpha x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, να βρείτε την τιμή του α .
4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (1+x^2)e^x$.
 - α) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.
 - β) Να μελετήσετε την f ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής.
 - γ) Αν M είναι το σημείο τομής της C_f με τον άξονα $y'y$, τότε να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο M .
 - δ) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(1+x^2)e^x - x - 1}$

Θεωρία

Απόδειξη του Θεωρήματος Ενδιάμεσων Τιμών σελ. 76

Απόδειξη Θεωρήματος σελ. 99

Απόδειξη Θεωρήματος σελ. 133

Απόδειξη Θεωρήματος σελ. 135

Ορισμός σελ. 95

Ορισμός σελ. 31

Ορισμός σελ. 140

Ορισμός σελ. 155