

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΤΡΙΜΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΙΣΟΤΗΤΑ
ΤΡΙΓΩΝΩΝ

ΑΝΙΣΟΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΘΕΣΕΙΣ
ΚΥΚΛΟΥ ΕΥΘΕΙΑΣ
- ΚΥΚΛΩΝ

3η εργασία

2ο ΘΕΜΑ

36. γεωμετρικοί τόποι – ιδιότητες ισοσκελών τριγώνων

Δίνεται γωνία $\chi\Lambda\gamma$ και η διχοτόμος της $\Lambda\delta$. Από τυχαίο σημείο B της $\Lambda\chi$ φέρνουμε κάθετη στη διχοτόμο, η οποία τέμνει την $\Lambda\delta$ στο Δ και την $\Lambda\gamma$ στο Γ .

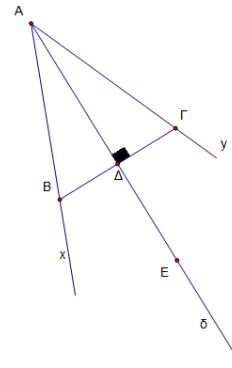
Να αποδείξετε ότι :

α) Τα τμήματα AB και $A\Gamma$ είναι ίσα.

(Μονάδες 12)

β) Το τυχαίο σημείο E της $\Lambda\delta$ ισαπέχει από τα B και Γ .

(Μονάδες 13)



37. ισότητα τριγώνων

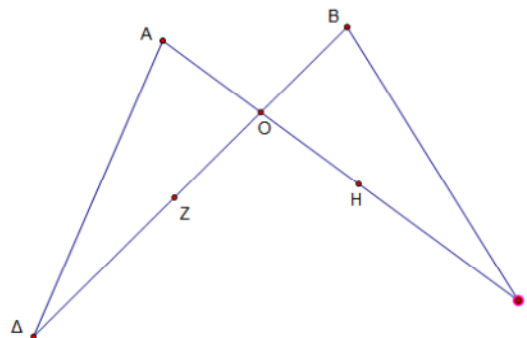
Δίνονται τα τμήματα $A\Gamma = B\Delta$ που τέμνονται στο σημείο O έτσι ώστε $OA=OB$, και τα σημεία H και Z στα τμήματα $A\Gamma$ και $B\Delta$ αντίστοιχα, έτσι ώστε $OH = OZ$.

Να αποδείξετε ότι:

α) Οι γωνίες $\hat{A}\Delta O$ και $\hat{B}\Gamma O$ είναι ίσες.
(Μονάδες 12)

β) $AZ=BH$.

(Μονάδες 13)



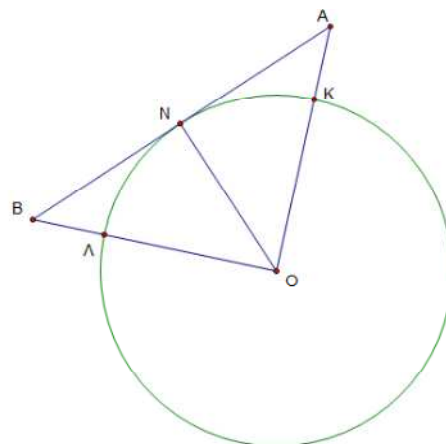
38. σχετικές θέσεις κύκλου ευθείας – στοιχεία κύκλου

Έστω κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ . Σε σημείο N του κύκλου φέρουμε την εφαπτόμενη του, και εκατέρωθεν του N θεωρούμε σημεία A και B , τέτοια ώστε $NA=NB$. Οι OA και OB τέμνουν τον κύκλο στα K και Λ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

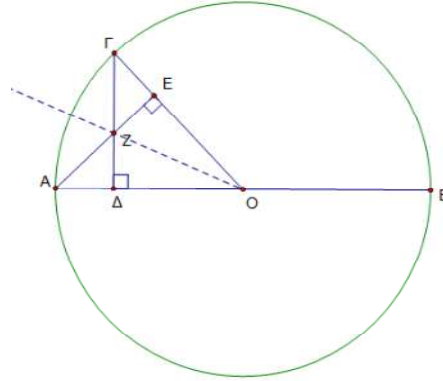
α) Το τρίγωνο ΔAOB είναι ισοσκελές.
(Μονάδες 13)

β) Το σημείο N είναι μέσο του τόξου $K\Lambda$.
(Μονάδες 12)



39. στοιχεία κύκλου - ισότητα τριγώνων – ιδιότητες ισοσκελών τριγώνων

Έστω κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ . Θεωρούμε διάμετρο AB και τυχαίο σημείο Γ του κύκλου. Αν AE κάθετο στην OG και $\Gamma\Delta$ κάθετο στην AO να αποδείξετε ότι:



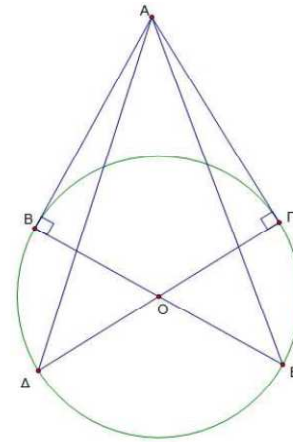
α) Το τρίγωνο $\triangle O\Gamma E$ είναι ισοσκελές.
(Μονάδες 13)

β) Η OZ διχοτομεί τη γωνία $\angle A\hat{O}\Gamma$ και προεκτεινόμενη διέρχεται από το μέσο του τόξου AG .

(Μονάδες 12)

40. στοιχεία κύκλου - ισότητα τριγώνων

Έστω κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ . Από σημείο A εκτός του κύκλου, φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα AB και AG . Τα σημεία E και Δ είναι τα αντιδιαμετρικά σημεία των B και Γ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:



α) Τα τρίγωνα $\triangle ABE$ και $\triangle AG\Delta$ είναι ίσα.
(Μονάδες 13)

β) Τα τρίγωνα $\triangle ABD$ και $\triangle AGE$ είναι ίσα.
(Μονάδες 12)

41. γεωμετρικοί τόποι

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε το χάρτη μίας περιοχής όπου είναι κρυμμένος ένας θησαυρός. Οι ημιευθείες Ax και Ay παριστάνουν δύο ποτάμια και στα σημεία B και Γ βρίσκονται δύο πλατάνια.

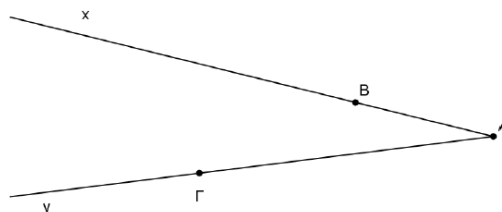
Να προσδιορίσετε γεωμετρικά τις δυνατές θέσεις του θησαυρού, αν είναι γνωστό ότι:

α) ισαπέχει από τα δύο πλατάνια. (Μονάδες 9)

β) ισαπέχει από τα δύο ποτάμια. (Μονάδες 9)

γ) ισαπέχει και από τα δύο πλατάνια και από τα δύο ποτάμια. (Μονάδες 7)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας σε κάθε περίπτωση.



42. ισότητα τριγώνων

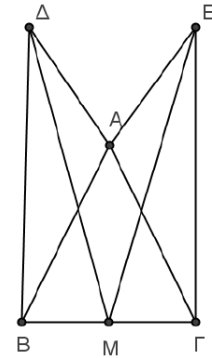
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Στα σημεία B και Γ της $B\Gamma$ φέρουμε προς το ίδιο μέρος της $B\Gamma$, τα τμήματα $BD \perp B\Gamma$ και $GE \perp B\Gamma$ τέτοια ώστε $BD = GE$. Αν M το μέσο της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι :

α) τα τρίγωνα BDM και GEM είναι ίσα,

(Μονάδες 12)

β) $AD = AE$.

(Μονάδες 13)



43. ισότητα τριγώνων

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$) και η διχοτόμος του $B\Delta$. Από το Δ φέρουμε $DE \perp B\Gamma$ που τέμνει την προέκταση της AB (προς το A) στο Z . Να αποδείξετε ότι:

α) $BE = AB$,

(Μονάδες 12)

β) το τρίγωνο $B\Gamma Z$ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 13)

