

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΤΡΙΜΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

5η εργασία

2ο ΘΕΜΑ

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ
ΕΥΘΕΙΕΣ

ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΩΝΙΩΝ ν-ΓΩΝΟΥ

62.

Στο παρακάτω σχήμα ισχύουν $\Delta B = BA = A\Gamma = \Gamma E$ και $\widehat{BAG} = 40^\circ$.

Να αποδείξετε ότι

α) $\widehat{ABD} = \widehat{AGE} = 110^\circ$.

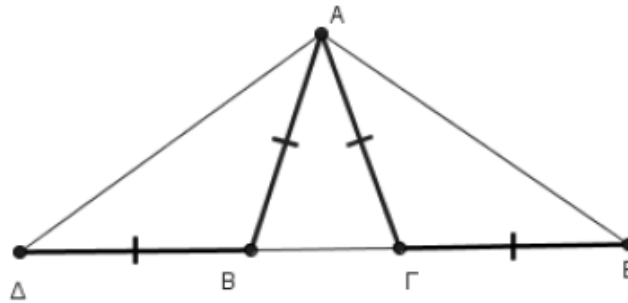
(Μονάδες 10)

β) τα τρίγωνα ABD και AGE είναι ίσα.

(Μονάδες 10)

γ) το τρίγωνο DAE είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 5)



63.

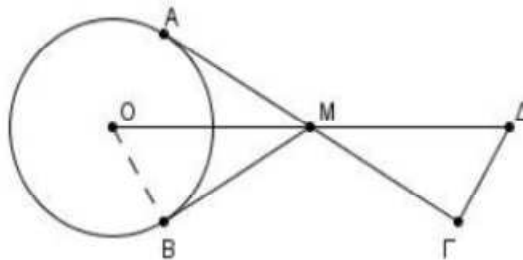
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) και τα εφαπτόμενα τμήματα MA και MB . Προεκτείνουμε την AM κατά τμήμα $M\Gamma = MA$ και την OM κατά τμήμα $M\Delta = OM$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα OMB και $M\Gamma\Delta$ είναι ίσα, και να γράψετε τα ίσα στοιχεία τους.

(Μονάδες 13)

β) Να αιτιολογήσετε γιατί $OA \parallel \Gamma\Delta$.

(Μονάδες 12)



64.

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 80^\circ$ και $\hat{B} = 20^\circ + \hat{\Gamma}$, και AD η διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$. (Μονάδες 12)

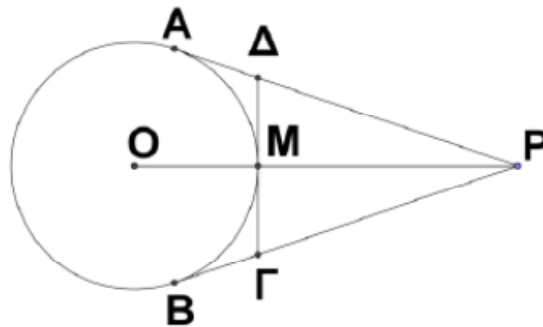
β) Φέρουμε από το D ευθεία παράλληλη στην AB , που τέμνει την $A\Gamma$ στο E . Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A\Delta E}$, $\hat{E\Delta\Gamma}$. (Μονάδες 13)

65.

Δίνεται κύκλος κέντρου O , και από ένα σημείο P εκτός αυτού φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα PA και PB . Το τμήμα PO τέμνει τον κύκλο στο σημείο M και η εφαπτομένη του κύκλου στο M τέμνει τα PA και PB στα σημεία Δ και Γ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $P\Delta\Gamma$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)

β) Αν η γωνία APB είναι 40° να υπολογίσετε τη γωνία AOB . (Μονάδες 12)

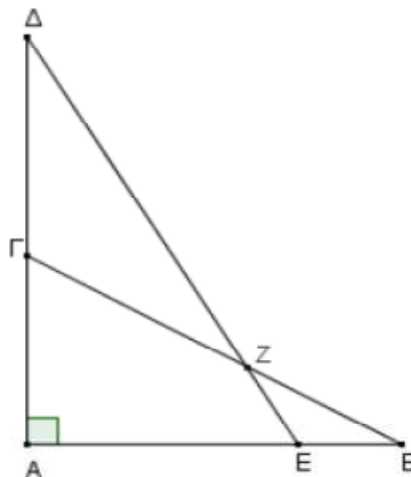


66.

Στα ορθογώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta E$ (γωνία A ορθή) του παρακάτω σχήματος ισχύει $\hat{B} = \hat{\Delta} = 30^\circ$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετραπλεύρου $A\epsilon Z\Gamma$. (Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\Gamma Z\Delta$ και $E\beta Z$ είναι ισοσκελή. (Μονάδες 12)

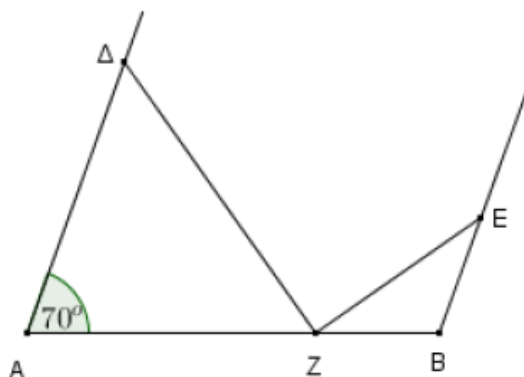


67.

Στο παρακάτω σχήμα, οι AD και BE είναι παράλληλες. Επιπλέον ισχύουν $AD=AZ$, $BE=BZ$ και $\hat{A} = 70^\circ$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων AZD και BZE . (Μονάδες 16)

β) Να αποδείξετε ότι $\hat{DZE} = 90^\circ$. (Μονάδες 9)



68.

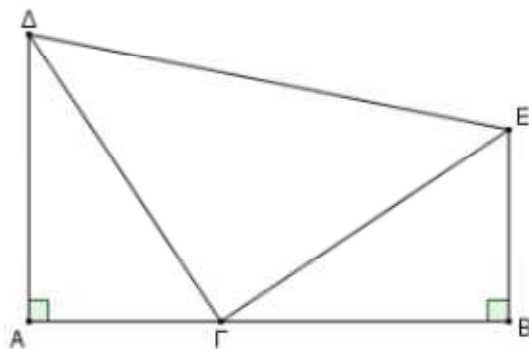
Στο παρακάτω σχήμα οι γωνίες $\hat{A}$, $\hat{B}$ είναι ορθές και επιπλέον $AD=BG$ και $AG=BE$.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα AGD και BGE είναι ίσα. (Μονάδες 13)

β) Αν η γωνία $\hat{EGB} = 40^\circ$ τότε το τρίγωνο DGE είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

(Μονάδες 12)

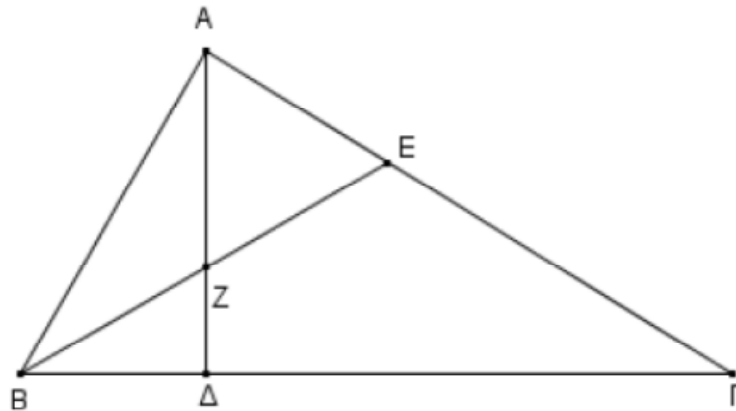


69.

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύουν $\hat{A} + \hat{\Gamma} = 2\hat{B}$ και $\hat{A} = 3\hat{\Gamma}$.

α) Να αποδείξετε ότι η γωνία B είναι 60° . (Μονάδες 10)

β) Αν το ύψος του AD και η διχοτόμος του BE τέμνονται στο σημείο Z , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο AZE είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 15)



70.

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και η διάμεσός του AD τέτοια ώστε

$$\hat{B\Delta A} = 30^\circ.$$

Θεωρούμε σημείο E στην $A\Gamma$ τέτοιο ώστε $AD = AE$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο.

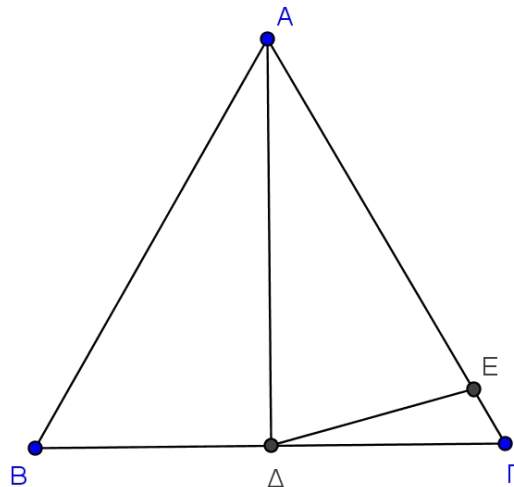
(Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ADE .

(Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $E\Delta\Gamma$.

(Μονάδες 8)

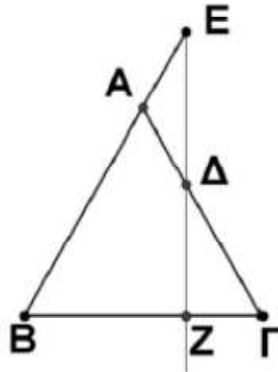


71.

Δίνεται ισοπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$. Θεωρούμε σημείο E στην προέκταση της BA (προς το A) και σημείο Δ στο εσωτερικό της πλευράς $A\Gamma$, ώστε $AE = A\Delta$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $A\Delta E$. (Μονάδες 10)

β) Αν Z είναι το σημείο τομής της προέκτασης της $E\Delta$ (προς το Δ) με την $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι η EZ είναι κάθετη στην $B\Gamma$. (Μονάδες 15)



72.

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $A\Delta$ η διχοτόμος της γωνίας A . Από το σημείο Δ φέρουμε την παράλληλη προς την AB που τέμνει την $A\Gamma$ στο E .

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $E\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 9)

β) Να υπολογίσετε τη γωνία $A\Delta E$. (Μονάδες 9)

γ) Αν η γωνία $\hat{B}$ είναι 20 μοίρες μεγαλύτερη της γωνίας $\hat{\Gamma}$, να υπολογίσετε τη γωνία $E\hat{\Delta}\Gamma$. (Μονάδες 7)

73.

Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$).

α) Να αποδείξετε ότι τα μέσα Δ και E των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, ισαπέχουν από τη βάση $B\Gamma$. (Μονάδες 13)

β) Αν $\hat{A} = 75^\circ + \hat{B}$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 12)

74.

Στο παρακάτω σχήμα, να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές, (Μονάδες 12)

β) η γωνία $A\hat{E}\Delta$ είναι ορθή. (Μονάδες 13)

