

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΤΡΙΜΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΤΡΑΠΕΖΙΑ

8η εργασία

2ο ΘΕΜΑ

145.

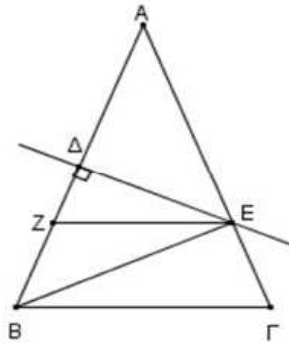
Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Στο μέσο Δ της πλευράς AB φέρουμε κάθετη ευθεία που τέμνει την AG στο E . Από το E φέρουμε ευθεία παράλληλη στη βάση $B\Gamma$ που τέμνει την AB στο Z .

α) Να αποδείξετε ότι $AE=BE$.

(Μονάδες 15)

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $B\Gamma EZ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

(Μονάδες 10)



146.

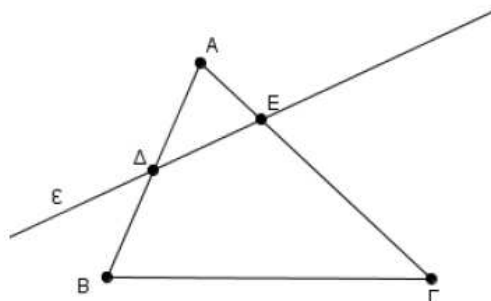
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και Δ το μέσο της πλευράς AB . Από το Δ διέρχεται μια τυχαία ευθεία (ϵ) που τέμνει την πλευρά AG σε εσωτερικό της σημείο E . Η ευθεία (ϵ) χωρίζει το τρίγωνο $AB\Gamma$ σε ένα τρίγωνο $A\Delta E$ και σε ένα τετράπλευρο $B\Delta E\Gamma$.

α) Ποια πρέπει να είναι η θέση του σημείου E , ώστε το τετράπλευρο $B\Delta E\Gamma$ να είναι τραπέζιο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

β) Ποιο πρέπει να είναι το είδος του $AB\Gamma$ τριγώνου, ώστε το τραπέζιο του ερωτήματος (α) να είναι ισοσκελές τραπέζιο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

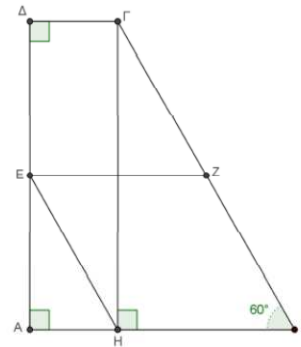


147.

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $AB > \Gamma\Delta$, $B\Gamma = 4\Gamma\Delta$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Φέρουμε την $\Gamma\text{Η} \perp AB$ και θεωρούμε τα μέσα Ε και Ζ των πλευρών ΑΔ και ΒΓ αντίστοιχως.

Να δείξετε ότι:

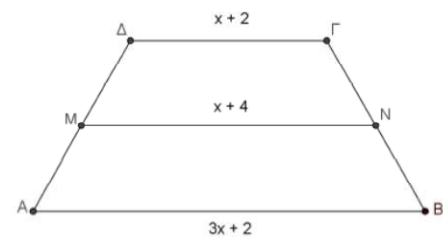
- α) $AB = 3\Gamma\Delta$. (Μονάδες 12)
 β) Το τετράπλευρο ΕΗΒΖ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)



148.

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ με $AB \parallel \Gamma\Delta$, $AB > \Gamma\Delta$ και $AD = B\Gamma$.

- α) Αν τα μήκη των βάσεων είναι:
 $AB = 3x + 2$, $\Gamma\Delta = x + 2$
 και το μήκος της διαμέσου του τραpezίου είναι $MN = x + 4$, τότε να
 δείξετε ότι $x = 2$. (Μονάδες 12)
 β) Αν η γωνία $\hat{\Gamma}$ είναι διπλάσια της γωνίας $\hat{B}$, να υπολογίσετε τις γωνίες
 του τραpezίου. (Μονάδες 13)

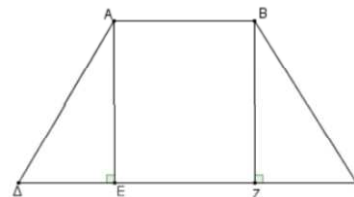


149.

Θεωρούμε ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) με $\hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 60^\circ$, $AD = 12$ και $\Gamma\Delta = 20$.

Φέρουμε τα ύψη του ΑΕ και ΒΖ.

- α) Να αποδείξετε ότι $DE = \Gamma Z$ και $AB = EZ$. (Μονάδες 12)
 β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τραpezίου. (Μονάδες 13)

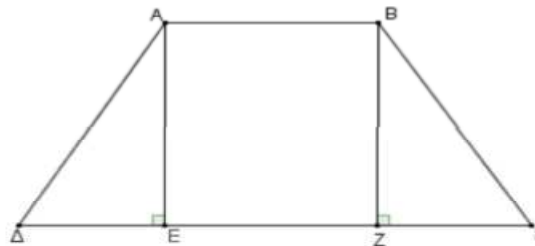


150.

Θεωρούμε ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ ($AB \parallel \Gamma\Delta$). Φέρουμε τα ύψη του ΑΕ και ΒΖ.

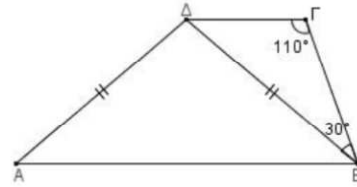
Να αποδείξετε ότι:

- α) $DE = \Gamma Z$. (Μονάδες 12)
 β) $AZ = BE$. (Μονάδες 13)



151.

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB \parallel \Gamma\Delta$ στο οποίο η διαγώνιος $B\Delta$ είναι ίση με την πλευρά AD . Αν η γωνία $\hat{\Gamma} = 110^\circ$ και η γωνία $\widehat{AB\Gamma} = 30^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{ADB}$. (Μονάδες 25)



152.

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $AB < \Gamma\Delta$. Θεωρούμε τα σημεία E και Z πάνω στην AB έτσι ώστε $AE = EZ = ZB$ και έστω K το σημείο τομής των DZ και ΓE . Να αποδείξετε ότι:

α) $DZ = \Gamma E$

(Μονάδες 13)

β) Τα τρίγωνα EKZ και $ΔΚΓ$ είναι ισοσκελή

(Μονάδες 12)

153.

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με Δ και E τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, $AD = 9$, $E\Gamma = 10$ και $B\Gamma = 30$.

α) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$.

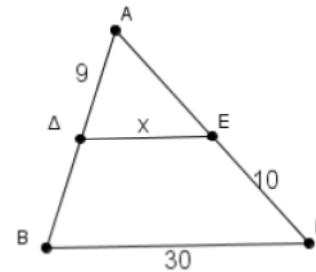
(Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $DE\Gamma B$ είναι τραπέζιο.

(Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε το μήκος x του τμήματος DE .

(Μονάδες 8)



154.

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του παρακάτω σχήματος τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, $AE = 8$, $E\Delta = 9$ και $\Delta B = 10$.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $DE\Gamma B$ είναι τραπέζιο.

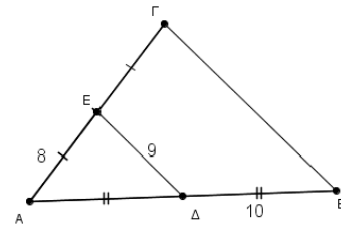
(Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.

(Μονάδες 8)

γ) Να συγκρίνετε τις περιμέτρους του τριγώνου $AB\Gamma$ και του τετραπλεύρου $DE\Gamma B$.

(Μονάδες 9)



155.

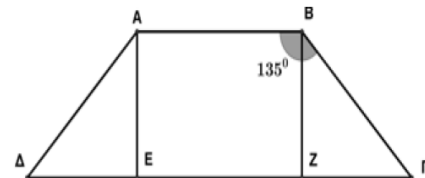
Θεωρούμε ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) με $\Gamma\Delta > AB$ και $\hat{B} = 135^\circ$. Από τις κορυφές A και B φέρουμε τα ύψη του AE και BZ .

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τραπεζίου.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι $AE = E\Delta = BZ = \Gamma Z$

(Μονάδες 15)



156.

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$), με $AB=6$, $B\Gamma=4$ και $\hat{\Gamma}=60^\circ$. Δίνονται

επίσης τα ύψη AE και BZ από τις κορυφές A και B αντίστοιχα.

α) Να υπολογίσετε τις υπόλοιπες γωνίες του τραpezίου $AB\Gamma\Delta$. (Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε τα τρίγωνα $AE\Delta$, $BZ\Gamma$ είναι ίσα. (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του $AB\Gamma\Delta$. (Μονάδες 9)



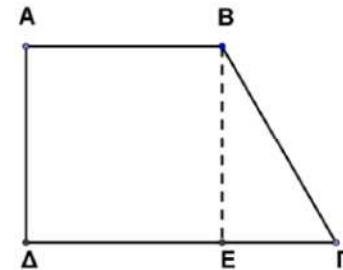
157.

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$), με $AB=B\Gamma=4$, $\hat{A}=90^\circ$ και $\hat{\Gamma}=60^\circ$. Δίνεται επίσης το ύψος BE από τη κορυφή B .

α) Να υπολογίσετε τις άλλες δυο γωνίες του τραpezίου $AB\Gamma\Delta$. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε $2E\Gamma=B\Gamma$. (Μονάδες 9)

γ) Αν M, N τα μέσα των πλευρών AD , $B\Gamma$ αντίστοιχα να βρείτε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος MN . (Μονάδες 8)

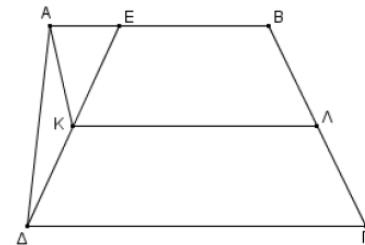


158.

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) με $AB=3$, $\Gamma\Delta=4$. Θεωρούμε σημείο E στην AB ώστε $AE=1$. Στο τραπέζιο $EB\Gamma\Delta$ θεωρούμε τα K και Λ , μέσα των ED και $B\Gamma$ αντίστοιχα.

α) Να υπολογίσετε τη διάμεσο $K\Lambda$ του τραpezίου $EB\Gamma\Delta$. (Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Lambda K$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 12)

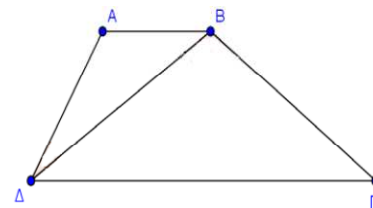


159.

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $B\Delta = B\Gamma$. Αν $\hat{\Delta B\Gamma} = 110^\circ$ και $\hat{A\Delta B} = 25^\circ$ να υπολογίσετε:

α) Τη γωνία Γ . (Μονάδες 11)

β) Τη γωνία A . (Μονάδες 14)



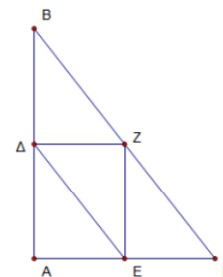
160.

Σε ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$) θεωρούμε τα μέσα Δ , E και Z των πλευρών του AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο $AEZ\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 12)

β) Το τετράπλευρο $E\Delta B\Gamma$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 13)



161.

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ, το σημείο Μ είναι το μέσο της πλευράς ΔΓ και τα σημεία Κ και Λ είναι τα μέσα των μη παράλληλων πλευρών του ΑΔ και ΒΓ αντίστοιχα.

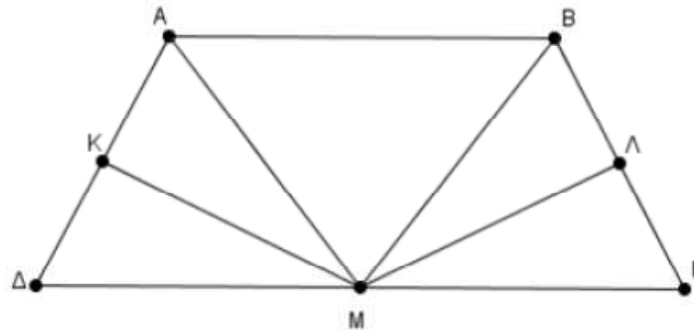
Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τμήματα ΚΜ και ΛΜ είναι ίσα.

(Μονάδες 12)

β) Τα τμήματα ΑΜ και ΒΜ είναι ίσα.

(Μονάδες 13)



162.

Έστω τρίγωνο ΑΒΔ με $\angle A = 120^\circ$. Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε τα ισόπλευρα τρίγωνα ΑΕΒ και ΑΖΔ.

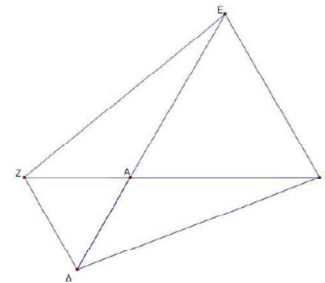
Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΕΖ και ΑΒΔ είναι ίσα.

(Μονάδες 12)

β) Το τετράπλευρο ΒΔΖΕ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

(Μονάδες 13)



163.

Έστω ορθογώνιο ΑΒΓΔ και τα σημεία Ν και Κ των ΑΒ και ΔΓ αντίστοιχα, τέτοια ώστε $AN = ΚΓ$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. τα τρίγωνα ΑΝΔ και ΒΓΚ είναι ίσα,

(Μονάδες 8)

ii. το τετράπλευρο ΝΒΚΔ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 8)

β) Αν Ε και Ζ είναι τα μέσα των ΝΔ και ΔΚ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι το

τετράπλευρο ΝΚΖΕ είναι τραπέζιο.

(Μονάδες 9)