**ΛΥΚΕΙΟ**  ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΤΡΙΜΗΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

#  ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

 **A΄**Λυκείου

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο 5ο - Φ Υ Λ Λ Ο Νο 1

ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ

ΕΙΔΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΩΝ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Από τις κορυφές Β και Δ παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ φέρνουμε δύο ευθείες παράλληλες, που τέμνουν την ΑΓ στα σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι :

α) ΔΖ = ΒΕ β) ΖΒ // ΔΕ



1. Στο διπλανό σχήμα 1 η γωνία  του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι οξεία.

Να αποδείξετε ότι ΑΓ > ΒΔ.

3. Σ΄ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με  > 900 θεωρούμε στη ΔΓ σημείο Ε, ώστε οι

 ΑΕ και ΒΕ να είναι διχοτόμοι των γωνιών  και  αντίστοιχα.

 α) Να υπολογίσετε τη γωνία .

 β) Να αποδείξετε ότι : ι) τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΓΕΒ είναι ισοσκελή.

 ιι) το σημείο Ε είναι μέσο της ΔΓ.

 ιιι) ΑΒ = 2ΒΓ.

 γ) Να συγκρίνετε τα τμήματα ΑΕ και ΕΒ.

4. Θεωρούμε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με ΑΒ < ΒΓ και έστω Ε το μέσο της πλευράς

 ΒΓ. Αν η ΔΕ τέμνει την προέκταση της ΑΒ στο σημείο Ζ, τότε :

 α) να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΔΕΓ και ΒΕΖ,

 β) Να αποδείξετε ότι ΑΖ = 2ΑΒ.

5. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ . Προεκτείνουμε τις πλευρές ΑΒ και ΓΔ κατά

 τμήματα ΒΕ = ΔΖ. Να αποδείξετε ότι :

 α)  = ,

 β) ΖΟ = ΟΕ,

 γ) οι ΑΓ, ΒΔ και ΖΕ διέρχονται από το ίδιο σημείο.

exgm5\_rv1/AL



6. Στο διπλανό σχήμα 2 το τετράπλευρο ΑΒΓΔ

 είναι παραλληλόγραμμο και ΔΕΖ // ΒΗΘ.

 Να αποδείξετε ότι :

 α) το ΕΒΗΔ είναι παραλληλόγραμμο,

 β) τα κέντρα των παραλληλογράμμων ΑΒΓΔ και

 ΕΒΗΔ ταυτίζονται,

 γ) ΖΒ = ΔΘ,

 δ) οι ΑΓ, ΕΗ και ΖΘ διέρχονται από το ίδιο σημείο.

7. Σ΄’ενα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ φέρνουμε τις διχοτόμους ΒΕ και ΔΖ των γωνιών 

 και .

 α) Να αποδείξετε ότι : ι) τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΖΓΔ είναι ίσα,

 ιι) το ΒΖΔΕ είναι παραλληλόγραμμο.



 β) Τι συμπεραίνετε για τις διχοτόμους των γωνιών  και .

8. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο (ΑΒ = ΑΓ) (σχήμα 3) και τα μέσα

 Δ και Ε των ΒΓ και ΑΓ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε τη ΔΕ

 κατά τμήμα ΕΖ = ΔΕ.

 Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΖΓΔ είναι ορθογώνιο.



9. Για το τετράγωνο ΑΒΓΔ του

 διπλανού σχήματος 4 έχουμε

 ότι ΑΕ = ΑΟ.

 α) Να υπολογίσετε τη γωνία 1 .



 β) Να αποδείξετε ότι 1 = 32 .

10. Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ (σχήμα 5). Έστω Ε και Ζ σημεία της

 διαγωνίου ΒΔ, ώστε ΒΕ = ΔΖ.

 Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΕΓΖ είναι ρόμβος.

11.Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και από ένα

 οποιοδήποτε σημείο Μ της βάσης του ΒΓ φέρνουμε τα τμήματα ΜΔ ⊥ ΑΒ και

 ΜΕ ⊥ ΑΓ. Έστω ΒΖ το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ και ακόμη ΜΗ ⊥ ΒΖ.

 α) Τι τετράπλευρο είναι το ΜΗΖΕ ;

 β) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΒΜΗ.

 γ) Να αποδείξετε ότι ΜΔ + ΜΕ = ΒΖ.

12.Στο εξωτερικό ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ (= 90 0) κατασκευάζουμε τα τετράγωνα

 ΒΑΔΗ και ΑΓΖΘ. Να αποδείξετε ότι :

 α) τα σημεία Η, Α και Ζ είναι συνευθειακά ,

 β) το τρίγωνο ΔΖΒ είναι ισοσκελές,



 γ) η ευθεία ΖΗ είναι μεσοκάθετη της διαγωνίου ΔΒ.

13.Στο τετράγωνο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος 6

 παίρνουμε τμήματα ΑΕ = ΑΖ = ΓΘ = ΓΗ.

 Να αποδείξετε ότι το ΕΖΘΗ είναι ορθογώνιο

 παραλληλόγραμμο.

14.Δίνονται δύο εφεξής και παραπληρωματικές γωνίες  και . Από τυχαίο σημείο

 Α της κοινής πλευράς Οx φέρνουμε τις κάθετες ΑΔ και ΑΕ αντίστοιχα στις

 διχοτόμους των γωνιών αυτών.

 α) Να βρείτε το είδος του τετραπλεύρου ΟΔΑΕ.

 β) Να συγκρίνετε τα τμήματα ΟΑ και ΕΔ.

 γ) Να αποδείξετε ότι ΔΕ // ΒΓ.

15.Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και έστω Κ και Λ οι προβολές της κορυφής Α στην

 εσωτερική και εξωτερική διχοτόμο της γωνίας  αντίστοιχα.

 α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΛΒΚ είναι ορθογώνιο.

 β) Αν η προέκταση της ΑΚ τέμνει τη ΒΓ στο Μ, να αποδείξετε ότι :

 ι) ΜΓ = ΒΓ – ΑΒ ,

 ιι) το ΒΜΚΛ είναι παραλληλόγραμμο.

16.Σ΄ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι ΑΓ = ΑΒ. Συνδέουμε την κορυφή Α με το μέσο

 Μ της ΒΓ και προεκτείνουμε την ΑΜ κατά τμήμα ΜΕ = ΑΜ.

 α) Να αποδείξετε ότι :

 ι) ΑΜ ⊥ ΒΓ ,

 ιι) τα σημεία Δ, Γ και Ε είναι συνευθειακά,

 ιιι) το Γ είναι μέσο της ΔΕ.

 β) Τι είδους τετράπλευρο είναι το ΑΒΕΓ ;