

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΤΡΙΜΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ



ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

(2η εργασία)

2ο ΘΕΜΑ

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΓΩΝΙΑΣ
ΒΑΣΙΚΕΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ
ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΤΟ 1^ο ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΟ

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ
ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ
ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ
ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ - ΔΙΑΦΟΡΑΣ
ΚΑΙ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ 2α

1.

α) Είναι η τιμή $x = \frac{\pi}{4}$ λύση της εξίσωσης $3\sin 4x + 3 = 0$;

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = \sin 4x$ με την ευθεία $y = -1$.

(Μονάδες 15)

2.

Δίνεται γωνία ω που ικανοποιεί τη σχέση: $(\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega)^2 = 1$

α) Να αποδείξετε ότι είτε $\eta\mu\omega = 0$ είτε $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε τις δυνατές τιμές της γωνίας ω .

(Μονάδες 12)

3.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης;

Ποια είναι η περίοδος της f ;

(Μονάδες 9)

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.

(Μονάδες 10)

γ) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση μπορεί να πάρει την τιμή 1.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 6)

4.

Αν $0 < x < \frac{\pi}{2}$ και $(2\sigma\upsilon\nu x + 1)(5\sigma\upsilon\nu x - 4) = 0$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu x = \frac{4}{5}$.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x .

(Μονάδες 15)

5.

Δίνονται οι γωνίες ω, θ για τις οποίες ισχύει: $\omega + \theta = 135^\circ$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $\varepsilon\varphi(\omega + \theta) = -1$

(Μονάδες 10)

β) $\varepsilon\varphi\omega + \varepsilon\varphi\theta + 1 = \varepsilon\varphi\omega \cdot \varepsilon\varphi\theta$

(Μονάδες 15)

6.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f .

(Μονάδες 10)

β) Για ποια τιμή του $x \in [0, 2\pi]$ η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστη τιμή;

(Μονάδες 15)

7.

α) Να αποδείξετε ότι:

$$\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sigma\upsilon\nu(\pi + x) = 0.$$

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις τιμές του $x \in [0, 2\pi]$ για τις οποίες ισχύει:

$$\sigma\upsilon\nu x = -\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right).$$

(Μονάδες 15)

8.

α) Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους παρακάτω αριθμούς:

$$\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}, \quad \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}, \quad \sigma\upsilon\nu\frac{17\pi}{10}.$$

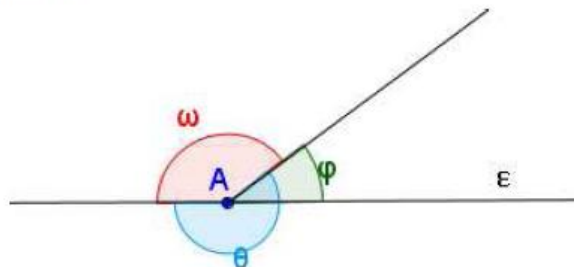
(Μονάδες 12)

β) Αν $\pi < x_1 < x_2 < \frac{3\pi}{2}$, να συγκρίνετε τους αριθμούς: $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x_1\right)$ και $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x_2\right)$.

(Μονάδες 13)

9.

Δίνεται $\eta\mu\varphi = \frac{3}{5}$, όπου φ η οξεία γωνία που σχηματίζεται με κορυφή το σημείο A της ευθείας (ε) του παρακάτω σχήματος.



α) Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας φ . (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε το ημίτονο και το συνημίτονο των γωνιών θ και ω του σχήματος.

(Μονάδες 15)

10.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -3\sigma\upsilon\nu 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f . (Μονάδες 12)

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και να παραστήσετε γραφικά την f σε διάστημα μιας περιόδου.

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$					
$\sigma\upsilon\nu 2x$					
$f(x) = -3\sigma\upsilon\nu 2x$					

(Μονάδες 13)

11.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\pi - 3x) + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι $f(x) = 2\eta\mu 3x$. (Μονάδες 10)

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f . (Μονάδες 15)

12.

Δίνεται η παράσταση: $A = \frac{\eta\mu^2 x}{1 - \sigma\upsilon\nu x}$, με $x \neq 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

α) Να αποδείξετε ότι $A = 1 + \sigma\upsilon\nu x$ (Μονάδες 12)

β) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{\eta\mu^2 x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} = \frac{1}{2}$ στο διάστημα $(0, 2\pi)$. (Μονάδες 13)

13.

Έστω γωνία x για την οποία ισχύουν: $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ και $\eta\mu(\pi - x) - \eta\mu(\pi + x) = 1$.

α) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu x = \frac{1}{2}$. (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε την γωνία x . (Μονάδες 13)

14.

α) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = \frac{2}{\eta\mu x}$, όπου $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (Μονάδες 13)

β) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = \frac{4}{\sqrt{3}}$ (Μονάδες 12)