



ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

(2η) εργασία

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΓΩΝΙΑΣ
 ΒΑΣΙΚΕΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ
 ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΤΟ 1^ο ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΟ

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ
 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

2^ο ΘΕΜΑ

1.

α) Είναι η τιμή $x = \frac{\pi}{4}$ λύση της εξίσωσης $3\sigma\upsilon\nu 4x + 3 = 0$;

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = \sigma\upsilon\nu 4x$ με την ευθεία $y = -1$.

(Μονάδες 15)

2.

Δίνεται γωνία ω που ικανοποιεί τη σχέση: $(\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega)^2 = 1$

α) Να αποδείξετε ότι είτε $\eta\mu\omega = 0$ είτε $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε τις δυνατές τιμές της γωνίας ω .

(Μονάδες 12)

3.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{2} \sigma\upsilon\nu 2x, x \in \mathbb{R}$.

α) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης;

Ποια είναι η περίοδος της f ;

(Μονάδες 9)

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.

(Μονάδες 10)

γ) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση μπορεί να πάρει την τιμή 1.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 6)

4.

Αν $0 < x < \frac{\pi}{2}$ και $(2\sigma\upsilon\nu x + 1)(5\sigma\upsilon\nu x - 4) = 0$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu x = \frac{4}{5}$.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x .

(Μονάδες 15)

5.

Δίνεται η παράσταση: $A = \frac{\eta\mu^2 x}{1 - \sigma\upsilon\nu x}$, με $x \neq 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

α) Να αποδείξετε ότι $A = 1 + \sigma\upsilon\nu x$

(Μονάδες 12)

β) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{\eta\mu^2 x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} = \frac{1}{2}$ στο διάστημα $(0, 2\pi)$.

(Μονάδες 13)

6.

α) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = \frac{2}{\eta\mu x}$, όπου $x \neq k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

(Μονάδες 13)

β) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

(Μονάδες 12)

7.

α) Να αποδείξετε ότι:

$$\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sigma\upsilon\nu(\pi + x) = 0.$$

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις τιμές του $x \in [0, 2\pi)$ για τις οποίες ισχύει:

$$\sigma\upsilon\nu x = -\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right).$$

(Μονάδες 15)

8.

Έστω γωνία x για την οποία ισχύουν: $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ και $\eta\mu(\pi - x) - \eta\mu(\pi + x) = 1$.

α) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu x = \frac{1}{2}$.

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε την γωνία x .

(Μονάδες 13)