



5ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΠΕΤΡΟΥΠΟΛΗΣ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 4 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΕΛΙΔΕΣ ΔΥΟ (2)

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στη κόλλα σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Ισχύει ότι $\ln \theta = x \Leftrightarrow e^x = \theta$, για κάθε $\theta > 0$ και $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 2

β. Ισχύει $\eta_{\mu 2\alpha} = 2\eta_{\mu\alpha}$, για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 2

γ. Ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$.

Μονάδες 2

δ. Ισχύει $\log_{\alpha}(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_{\alpha}\theta_1 + \log_{\alpha}\theta_2$, για κάθε $\theta_1, \theta_2 > 0$ και $\alpha \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 2

ε. Η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = a^x$ όπου $a > 0$ και $a \neq 1$, λέγεται εκθετική συνάρτηση με βάση a .

Μονάδες 2

A2. Να δείξετε ότι $\log_{\alpha} \theta^k = k \log_{\alpha} \theta$, όπου $a > 0$ και $a \neq 1$, $\theta > 0$ και $k \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση g με $g(x) = \frac{x^3 - x^2 + k^2 x - 1}{x}$, με $x \neq 0$.

B1. Να υπολογίσετε την τιμή του αρνητικού αριθμού k , ώστε ο αριθμός 1 να είναι ρίζα της εξίσωσης $g(x) = 0$.

Μονάδες 10

B2. Για $k = -1$, να λύσετε την ανίσωση $g(x) \leq 0$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $\sin 2\omega + 5\sin \omega + 3 = 0$

Γ1. Να δείξετε ότι $\sin \omega = -\frac{1}{2}$.

Μονάδες 10

Αν επιπλέον ισχύει ότι $\omega \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ και με δεδομένο το **Γ1** ερώτημα :

Γ2. να υπολογίσετε το $\eta\mu\omega$ (μονάδες 4) και να δείξετε ότι $\eta\mu 2\omega = -\eta\mu\omega$, (μονάδες 4)

Μονάδες 8

Γ3. να υπολογίσετε τη γωνία ω .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(4x^2 + 4ax + 4a - 3)$.

Δ1. Να υπολογίσετε τις τιμές του $a \in \mathbb{R}$, ώστε η συνάρτηση f να έχει πεδίο ορισμού $A_f = \mathbb{R}$.

Μονάδες 6

Δ2. Για $a = e$, να λύσετε την εξίσωση $f(x) = f(e)$.

Μονάδες 6

Δ3. Για $a = e$, να δείξετε ότι $f(e) > 0$.

Μονάδες 5

Δ4. Για $a = e$, να λύσετε την ανίσωση $\sqrt{f^3(e) - f^3(x)} < \sqrt{f^3(e)}$.

Μονάδες 8

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στη κόλλα σας.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν.
Καμία άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.
3. Να απαντήσετε **στη κόλλα σας** σε **όλα** τα θέματα.
4. Διάρκεια εξέτασης : Δύο (2) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

Πετρούπολη 4 / 6 / 2018

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΡΑΠΤΗ ΝΙΚΗ

ΚΑΡΑΔΗΣ ΑΝΔΡΕΑΣ

ΤΡΙΜΗΣ ΠΑΝΤΕΛΗΣ