



3ο ΘΕΜΑ

1.

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 2x^2 + \alpha x + \beta$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Γ1. Αν το $P(x)$ έχει παράγοντες τα πολυώνυμα $x - 1$ και $x - 2$, να υπολογίσετε τα α, β .

Μονάδες 10

Γ2. Αν $\alpha = -1$ και $\beta = 2$ να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

Μονάδες 8

Γ3. Να υπολογίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{\sqrt{P(x)}}{x-1}$

Μονάδες 7

2.

Δίνεται η παράσταση $A = \frac{\eta\mu^2 x}{1 - \sigma\upsilon\nu x}$.

Γ1. Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A .

Μονάδες 8

Γ2. Δείξτε ότι $A = 1 + \sigma\upsilon\nu x$, για $x \neq 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Μονάδες 8

Γ3. Να λυθεί η εξίσωση $\frac{\eta\mu^2 x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} = \frac{1}{2}$.

Μονάδες 9

3.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln\left(\frac{e^x - e}{e^x + e}\right)$.

Γ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

Μονάδες 8

Γ2. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) + \ln 2 = 0$.

Μονάδες 10

Γ3. Να αποδείξετε ότι $f(x) < 0$, για κάθε $x > 1$.

Μονάδες 7

4.

Η συνάρτηση $f(x) = a\eta\mu\frac{x}{2} + \beta$ με $a > 0$ έχει μέγιστη τιμή 2 και ελάχιστη -4.

Γ1. Να υπολογίσετε τους a, β .

Μονάδες 10

Γ2. Να βρείτε την περίοδο της f .

Μονάδες 5

Γ3. Να σχεδιάσετε την C_f για $-4\pi \leq x \leq 4\pi$.

Μονάδες 10

5.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{\alpha+2}{1-\alpha}\right)^x$. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R} - \{1\}$ η συνάρτηση f :

Γ1. έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$,

Μονάδες 8

Γ2. είναι εκθετική,

Μονάδες 5

Γ3. ι) είναι γνησίως αύξουσα, (μονάδες 6)

ii) για $\alpha = 0$, να χαράξετε, στο ίδιο σύστημα αξόνων, τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g , όπου $g(x) = f(x) + 2$.
(μονάδες 6)

Μονάδες 12