

ΕΡΓΑΣΙΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο

ΕΥΘΕΙΕΣ

ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΗΜΕΙΟΥ ΑΠΟ ΕΥΘΕΙΑ
ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ
No 3



1. Σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων με κέντρο $O(0, 0)$, θεωρούμε τα σημεία $A(\alpha, 0)$, $B(0, \beta)$ και $\Gamma(\beta, \alpha)$. Η διάμεσος ΓM του τριγώνου $AB\Gamma$ τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $K(k, 0)$, ενώ τον άξονα $y'y$ στο $\Lambda(0, \lambda)$.
Αν ισχύει $(MKA) = \frac{1}{4}$, τότε :

α) Να δείξετε ότι $k = \alpha \pm \frac{1}{\beta}$.

β) Επίσης, αν $(OK\Lambda) = 2(MKA)$, τότε να δείξετε ότι οι απόλυτες τιμές των k, λ είναι αντίστροφοι αριθμοί.
2. Να βρεθεί η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $A\left(-\frac{1}{\alpha}, \alpha\right)$ και $B\left(-\frac{1}{\beta}, \beta\right)$ με $\alpha \neq \beta$, μη μηδενικούς πραγματικούς αριθμούς. Αν η ευθεία AB τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο Γ και τον $y'y$ στο Δ , να αποδείξετε ότι $(A\Gamma) = (B\Delta)$ και
ακολουθώς ότι $(OA\Gamma) = (OB\Delta) = \frac{1}{2} \left| \frac{\alpha + \beta}{\beta} \right|$, όπου O η αρχή των αξόνων.
(Απ. Η ευθεία $AB : y = \alpha\beta x + \alpha + \beta$)
3. Για τον μη μηδενικό πραγματικό αριθμό α , ορίζουμε τα σημεία $A(0, \alpha)$ και $B(4\alpha, -2\alpha)$. Η κάθετη στην AB στο A τέμνει την ευθεία $y = 2x - \alpha$ στο σημείο Γ . Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.
4. Έστω οι ευθείες $\epsilon_1 : 5x - 4y + 17 = 0$, $\mu : 5x - 4y + 10 = 0$.
Να υπολογίσετε την εξίσωση της ευθείας ϵ_2 αν η μ είναι μεσοπαράλληλη των ϵ_1, ϵ_2 .
(Απ. $\epsilon_2 : 5x - 4y + 3 = 0$)
5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών $\epsilon_1 : x - y + 1 = 0$ και $\epsilon_2 : 2x - 3y + 5 = 0$ και απέχει από το σημείο $A(3, 2)$ απόσταση ίση με $\frac{7}{5}$.
(Απ. $\epsilon : 3x - 4y + 6 = 0$ ή $\epsilon : 4x - 3y + 1 = 0$)