

ΕΡΓΑΣΙΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο

ΚΩΝΙΚΕΣ ΤΟΜΕΣ
ΚΥΚΛΟΣ
No 1



1. Δίνεται ο κύκλος $C : (x - 1)^2 + y^2 = 4$.
 - α) Να αποδείξετε ότι το σημείο $A(2\eta\mu\omega + 1, 2\sigma\upsilon\nu\omega)$ είναι σημείο του κύκλου C .
 - β) Να υπολογίσετε την εφαπτομένη ε του C στο σημείο A .
(Απ. β) $\varepsilon : \chi\eta\mu\omega + \gamma\sigma\upsilon\nu\omega - \eta\mu\omega - 2 = 0$
2. Έστω η εξίσωση $x^2 + y^2 + 2\lambda(x - y) = 1$, (1) $\lambda \in \mathbb{R}$.
Να αποδείξετε ότι :
 - α) Η (1) παριστάνει κύκλο C για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
 - β) Ο κύκλος C διέρχεται από δύο σταθερά σημεία.
3. Έστω η εξίσωση $x^2 + y^2 - 2\lambda x - 4\lambda y = 4 - 5\lambda^2$, (1) $\lambda \in \mathbb{R}$.
 - α) Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει κύκλο C για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
 - β) Να υπολογίσετε το γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων C της (1).
(Απ. β) ο γ.τ. είναι ευθεία $\varepsilon : y = 2x$
4. Η εξίσωση $x^2 + y^2 + \lambda x + \mu y + 1 = 0$, (1) $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ δεν παριστάνει κύκλο. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων $M(\lambda, \mu)$.
(Απ. Ο γ.τ. είναι κυκλικός δίσκος κέντρου O και ακτίνας 2.)
5. Η ευθεία $\varepsilon : x - y - 3 = 0$ τέμνει τον κύκλο $C : x^2 + y^2 - 2\alpha x - 4\alpha y = 0$, στα σημεία A, B . Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$, όπου O η αρχή των αξόνων.
(Απ. $\alpha = -3$)
6. Να βρείτε την μικρότερη απόσταση του σημείου $A(4, 4)$ από τον κύκλο $C : x^2 + y^2 - 2x = 0$.
(Απ. η μικρότερη απόσταση του A από τον C είναι 4)