

ΕΡΓΑΣΙΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο

ΚΩΝΙΚΕΣ ΤΟΜΕΣ
ΚΥΚΛΟΣ
No 1β

Θετικού
προσανατολισμού

ΜΕΛΕΤΗ ΣΤΗΝ
ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΥΚΛΟΥ

Θεωρούμε την εξίσωση $x^2 + y^2 + (\mu + 1)x + (\mu - 1)y + \mu^2 + 3\mu + 3 = 0$ (1)
όπου $\mu \in \mathbb{R}$, παράμετρος.

1. Να βρεθούν οι τιμές του μ για τις οποίες η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο.
(Απ. $\mu \in (-5, -1)$)
2. Να δείξετε ότι τα κέντρα αυτών των κύκλων ανήκουν σε ευθεία που σχηματίζει με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο.
(Απ. $t: x - y + 1 = 0$)
3. Να δείξετε ότι όλοι οι κύκλοι βρίσκονται στην ταινία που ορίζεται από τις παράλληλες ευθείες $(\epsilon): x - y - 1 = 0$ και $(\delta): x - y + 3 = 0$.
(Υπ. αρκεί να είναι η ακτίνα $\rho \leq \sqrt{2}$)
4. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των κέντρων των κύκλων αυτών.
(Απ. Ο γ.τ. είναι το ευθύγραμμο τμήμα $\Gamma\Delta$ δίχως τα άκρα $\Gamma(0, 1)$ και $\Delta(2, 3)$)
5. Να βρεθεί ο μεγαλύτερος από αυτούς τους κύκλους.
(Απ. η μέγιστη ακτίνα $\rho = \sqrt{2}$ και το κέντρο $\Theta(1, 2)$)
6. Να βρεθεί η εξίσωση της χορδής A_1A_2 των σημείων επαφής του μεγαλύτερου κύκλου με τις εφαπτομένες από το σημείο $M(-1, 0)$ και να δείξετε ότι η ευθεία αυτή διχοτομεί δύο πλευρές του τετραγώνου $\Gamma\Gamma'\Delta\Delta'$, όπου $\Gamma'\Delta'$ το κάθετο τμήμα του $\Gamma\Delta$ τμήματος του γ.τ. της 4^{ης} ερώτησης.
(Υπ. η ευθεία A_1A_2 ονομάζεται **πολική ευθεία** κύκλου με **πόλο** το σημείο M . Υπολογίστε πρώτα τις εξισώσεις εφαπτομένων A_1M και A_2M και κατόπιν την A_1A_2 . Είναι $A_1A_2: x + y - 2 = 0$)
7. Να βρεθεί το εμβαδό του τριγώνου MA_1A_2 που βρήκατε στην ερώτηση 6 και να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισόπλευρο.

$$(\text{Απ. } (MA_1A_2) = \frac{3\sqrt{3}}{2})$$