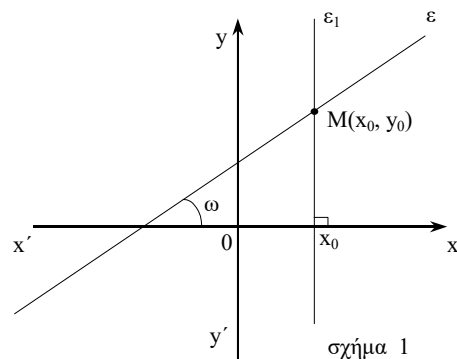


# ΕΞΙΣΩΣΗ ΕΥΘΕΙΑΣ



σχήμα 1

## ΕΥΡΕΣΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ

$$\varepsilon : y - y_0 = \lambda(x - x_0) \quad (1)$$

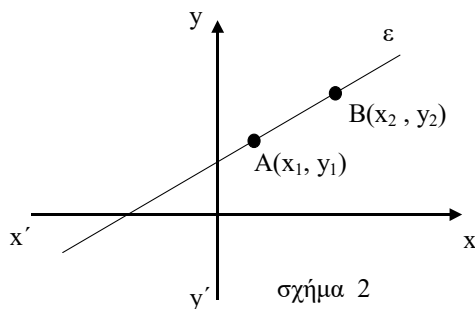
Αν γνωρίζουμε ένα σημείο  $M(x_0, y_0)$  της  $\varepsilon$  και τον συντελεστή διεύθυνσης

$\lambda = \varepsilon\varphi\omega$ , όπου  $0 \leq \omega \leq \pi$ ,  $\omega \neq \frac{\pi}{2}$

και  $\omega$  να είναι η γωνία που σχηματίζει η  $\varepsilon$  με τον  $x'x$  άξονα (σχήμα 1).

Αν  $\omega = \frac{\pi}{2}$ , τότε δεν ορίζεται ο

συντελεστής διεύθυνσης  $\lambda$  και η εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon_1 : x = x_0$  (2) (σχήμα 1)



σχήμα 2

Αν η ευθεία  $\varepsilon$  διέρχεται από δύο γνωστά σημεία  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  τότε η εξίσωση της  $\varepsilon$  είναι

$$\varepsilon : y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1), \quad (3)$$

$$x_2 \neq x_1.$$

(σχήμα 2)

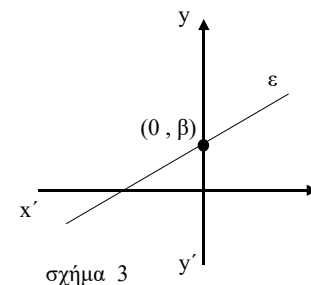
## ΓΕΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ

Η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$ , με  $A \neq 0$  ή  $B \neq 0$  παριστάνει ευθεία  $\varepsilon$  και αντιστρόφως.

## ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ

$$\varepsilon : y = \lambda x + \beta, \quad (4)$$

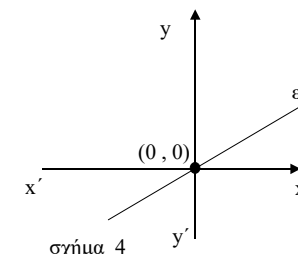
είναι η εξίσωση ευθείας με συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$ , η οποία διέρχεται από το σημείο  $(0, \beta)$  του άξονα  $y'y$ . (σχήμα 3)



σχήμα 3

$$\varepsilon : y = \lambda x, \quad (5)$$

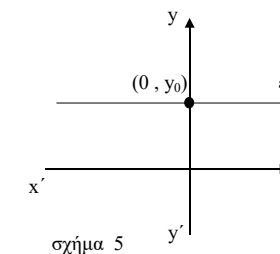
είναι η εξίσωση ευθείας με συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$ , η οποία διέρχεται από την **αρχή των αξόνων**. (σχήμα 4)



σχήμα 4

$$\varepsilon : y = y_0, \quad (6)$$

είναι η εξίσωση ευθείας που είναι **παράλληλη στον  $x'x$  άξονα** (δηλ.  $\lambda = 0$ ) και διέρχεται από το σημείο  $(0, y_0)$  του άξονα  $y'y$ . (σχήμα 5)



σχήμα 5

## ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΗΜΕΙΟΥ ΑΠΟ ΕΥΘΕΙΑ

Η απόσταση του σημείου  $M(x_0, y_0)$  από την ευθεία  $\varepsilon : Ax + By + \Gamma = 0$  είναι  $d(M, \varepsilon) =$

$$\frac{|Ax_0 + By_0 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

## ΕΜΒΑΔΟ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΑΒΓ

Είναι  $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \left| \det \begin{pmatrix} \vec{AB} & \vec{AG} \end{pmatrix} \right|$ , οι κορυφές A, B, Γ έχουν γνωστές συντεταγμένες.

## ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

### • ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑ ΕΥΘΕΙΩΝ

Μια οικογένεια ευθειών μπορεί να έχει εξίσωση της μορφής :  $P(\alpha)x + Q(\alpha)y + R(\alpha) = 0$ , (7) όπου  $P(\alpha)$ ,  $Q(\alpha)$  και  $R(\alpha)$  είναι **πολυώνυμα** του  $\alpha$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ , 1ου, 2ου ή και 3ου βαθμού (συνήθως) ή γενικά **συναρτήσεις** του  $\alpha$ .

Για να **παριστάνει** η (7) **οικογένεια ευθειών** για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$ , θα πρέπει το σύστημα  $(\Sigma) : \begin{cases} P(\alpha) = 0 \\ Q(\alpha) = 0 \end{cases}$ , να είναι **αδύνατο**.

Αν υπάρχει  $\alpha \in \mathbb{R}$ , ώστε να λύνεται το  $(\Sigma)$ , τότε γι' αυτό ή γι' αυτά τα  $\alpha$  η (7) **δεν** παριστάνει ευθεία.

Για να βρούμε το **σημείο τομής** των ευθειών που παριστάνονται από την (7), (αν υπάρχει τέτοιο), μπορούμε να αντικαταστήσουμε στην (7) δύο διαφορετικές τιμές του  $\alpha$  (τυχαίες)  $\alpha \in \mathbb{R}$ , και να λύσουμε το σύστημα που προκύπτει με αγνώστους  $x$ ,  $y$ , το ζεύγος της λύσης αποτελεί τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών της οικογένειας (7).

### • ΟΞΕΙΑ ΓΩΝΙΑ ΔΥΟ ΕΥΘΕΙΩΝ

Αν έχουμε δύο ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  των οποίων θέλουμε να βρούμε την οξεία γωνία που σχηματίζουν, τότε βρίσκουμε τα παράλληλα

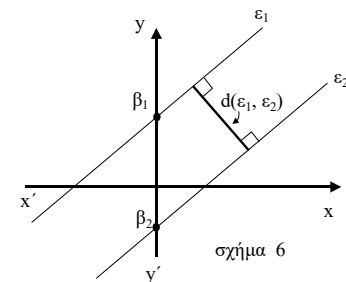
διανύσματά τους  $\vec{\delta}_1$  και  $\vec{\delta}_2$  αντίστοιχα. Είναι  $\theta$  η οξεία γωνία ώστε  $\text{συν}\theta = |\text{συν}\phi| = \frac{|\vec{\delta}_1 \cdot \vec{\delta}_2|}{|\vec{\delta}_1| \cdot |\vec{\delta}_2|}$ , βάζουμε σε απόλυτο ώστε  $\text{συν}\theta \geq 0$ ,

αφού μια οξεία γωνία έχει θετικό συνημίτονο.

### • ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΔΥΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΕΥΘΕΙΩΝ

Αν  $\varepsilon_1 : y = \lambda x + \beta_1$  και  $\varepsilon_2 : y = \lambda x + \beta_2$  δύο παράλληλες ευθείες τότε η απόσταση  $d(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  μεταξύ των

δύο ευθειών θα είναι :  $d(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \frac{|\beta_1 - \beta_2|}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$ . (σχήμα 6)



σχήμα 6