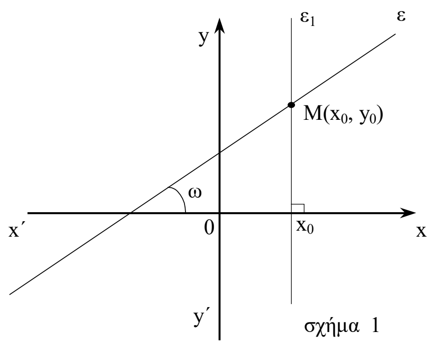
ΕΞΙΣΩΣΗ ΕΥΘΕΙΑΣ



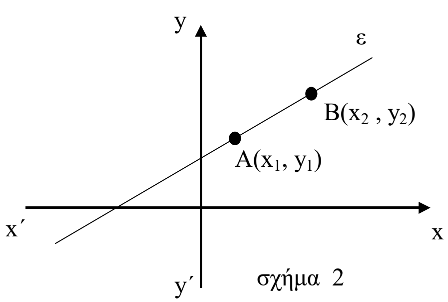
σχήμα 1

ΕΥΡΕΣΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ

$$\boxed{\varepsilon:\ y - y_0 = \lambda(x - x_0) \qquad (1)}$$

Αν γνωρίζουμε ένα σημείο **M(x_0, y_0)** της ε και τον συντελεστή διεύθυνσης **λ = εφω**, όπου $0 \le \omega \le \pi$, $\omega \ne \frac{\pi}{2}$ και ω να είναι η γωνία που σχηματίζει η ε με τον x΄x άξονα (σχήμα 1).

Αν $\omega = \frac{\pi}{2}$, τότε δεν ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης λ και η εξίσωση της ευθείας $\boxed{\varepsilon_1:\ x = x_0 \ (2)}$ (σχήμα 1)



σχήμα 2

Αν η ευθεία ε διέρχεται από δύο γνωστά σημεία **A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)** τότε η εξίσωση της ε είναι

$$\boxed{\varepsilon:\ y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)\ ,\ (3) \quad x_2 \ne x_1.}$$

(σχήμα 2)

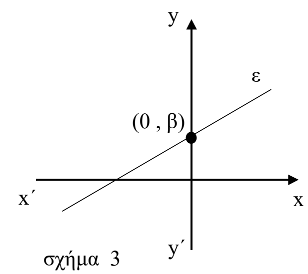
ΓΕΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ

Η εξίσωση $\boxed{Ax + By + \Gamma = 0,\ \text{με } A \ne 0 \text{ ή } B \ne 0}$ παριστάνει ευθεία ε και αντιστρόφως.

ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ

$$\boxed{\varepsilon:\ y = \lambda x + \beta, \quad (4)}$$

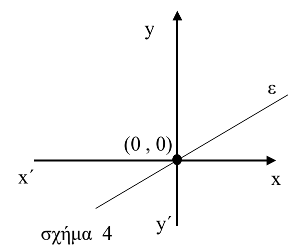
είναι η εξίσωση ευθείας με συντελεστή διεύθυνσης **λ** , η οποία διέρχεται από το σημείο **(0, β)** του άξονα y΄y. (σχήμα 3)



σχήμα 3

$$\boxed{\varepsilon:\ y = \lambda x, \qquad (5)}$$

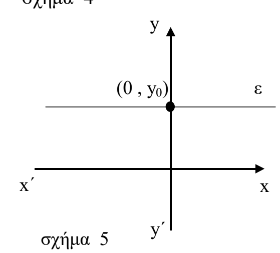
είναι η εξίσωση ευθείας με συντελεστή διεύθυνσης **λ** , η οποία διέρχεται από την **αρχή των αξόνων**. (σχήμα 4)



σχήμα 4

$$\boxed{\varepsilon:\ y = y_0 , \qquad (6)}$$

είναι η εξίσωση ευθείας που είναι **παράλληλη στον x΄x** άξονα (δηλ. **λ = 0**) και διέρχεται από το σημείο **(0, y_0)** του άξονα y΄y. (σχήμα 5)



σχήμα 5

ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΗΜΕΙΟΥ ΑΠΟ ΕΥΘΕΙΑ

Η απόσταση του σημείου **M(x_0, y_0)** από την ευθεία ε : **Ax + By + Γ = 0** είναι $d(M, \varepsilon) = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

.

ΕΜΒΑΔΟ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΑΒΓ

Είναι $(AB\Gamma) = \dfrac{1}{2}\left|\det\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Gamma}\right)\right|$, οι κορυφές Α, Β, Γ έχουν γνωστές συντεταγμένες.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- **ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑ ΕΥΘΕΙΩΝ**

Μια οικογένεια ευθειών μπορεί να έχει εξίσωση της μορφής : **P(α) x + Q(α) y + R(α) = 0** , (7) όπου P(α), Q(α) και R(α) είναι **πολυώνυμα** του α, $\alpha \in IR$, 1ου, 2ου ή και 3ου βαθμού (συνήθως) ή γενικά **συναρτήσεις** του α.

Για να **παριστάνει** η (7) **οικογένεια ευθειών** για κάθε $\alpha \in IR$, θα πρέπει το σύστημα (Σ) : $\begin{cases} P(\alpha)=0 \\ Q(\alpha)=0 \end{cases}$, να είναι **αδύνατο**.

Αν υπάρχει $\alpha \in IR$, ώστε να λύνεται το (Σ), τότε γι΄αυτό ή γι΄αυτά τα α η (7) **δεν** παριστάνει ευθεία.

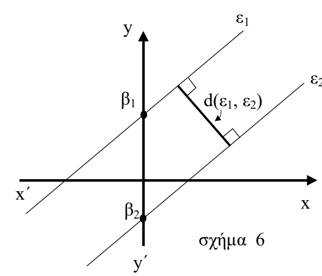
Για να βρούμε το **σημείο τομής** των ευθειών που παριστάνονται από την (7), (αν υπάρχει τέτοιο), μπορούμε να αντικαταστήσουμε στην (7) δύο διαφορετικές τιμές του α (τυχαίες) $\alpha \in IR$, και να λύσουμε το σύστημα που προκύπτει με αγνώστους x, y, το ζεύγος της λύσης αποτελεί τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών της οικογένειας (7).

- **ΟΞΕΙΑ ΓΩΝΙΑ ΔΥΟ ΕΥΘΕΙΩΝ**

Αν έχουμε δύο ευθείες ε_1 και ε_2 των οποίων θέλουμε να βρούμε την οξεία γωνία που σχηματίζουν, τότε βρίσκουμε τα παράλληλα διανύσματά τους $\vec{\delta}_1$ και $\vec{\delta}_2$ αντίστοιχα. Είναι θ η οξεία γωνία ώστε συνθ = $|\sigma\upsilon\nu\phi| = \left|\dfrac{\vec{\delta}_1 \cdot \vec{\delta}_2}{|\vec{\delta}_1| \cdot |\vec{\delta}_2|}\right|$, βάζουμε σε απόλυτο ώστε συνθ ≥ 0, αφού μια οξεία γωνία έχει θετικό συνημίτονο.

- **ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΔΥΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΕΥΘΕΙΩΝ**

Αν $\varepsilon_1 : y = \lambda x + \beta_1$ και $\varepsilon_2 : y = \lambda x + \beta_2$ δύο παράλληλες ευθείες τότε η απόσταση $d(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ μεταξύ των δύο ευθειών θα είναι : $d(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \dfrac{|\beta_1 - \beta_2|}{\sqrt{1+\lambda^2}}$. (σχήμα 6)



σχήμα 6