

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

(1η) επαναληπτική εργασία

2ο – 3ο – 4ο ΘΕΜΑ

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΥ

ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ
ΕΜΒΑΔΑ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΧΩΡΙΩΝ
ΚΑΝΟΝΙΚΑ ΠΟΛΥΓΩΝΑ
ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΥΚΛΟΥ

1. (2ο/2016)

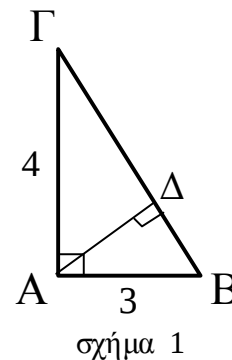
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ (βλέπετε σχήμα 1), στο οποίο η $AB = 3$ και η $A\Gamma = 4$. Επίσης AD είναι το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

B1. Να υπολογίσετε το μήκος της υποτείνουσας $B\Gamma$.
Μονάδες 15

B2. Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος BD .
Μονάδες 5

B3. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 5



2. (4ο/2016)

Δίνεται κανονικό πολύγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, R) , με $R > 0$, του οποίου η γωνία $\omega_n = 60^\circ$.

Δ1. Να υπολογίσετε το πλήθος n των πλευρών του. **Μονάδες 8**

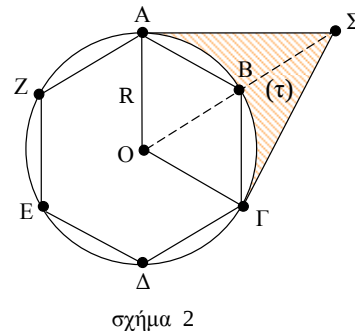
Αν το εγγεγραμμένο πολύγωνο είναι το κανονικό εξάγωνο $AB\Gamma\Delta E Z$ και $A\Sigma$, $\Gamma\Sigma$ είναι τα εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου O , (βλέπετε σχήμα 2), τότε :

Δ2. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AO\Gamma\Sigma$ ως συνάρτηση της ακτίνας R του κύκλου O .

Μονάδες 8

Δ3. Να δείξετε ότι το εμβαδόν $\left(\widehat{OAB\Gamma}\right)$, του κυκλικού τομέα κέντρου O και αντίστοιχου τόξου $AB\Gamma$ είναι $\left(\widehat{OAB\Gamma}\right) = \frac{\pi R^2}{3}$ (μονάδες 5) και κατόπιν να υπολογίσετε το εμβαδόν (τ) της

γραμμοσκιασμένης περιοχής, (στην κυρτή γωνία $\hat{A\Sigma\Gamma}$ και εξωτερικά του κύκλου O) (σχήμα 2), ως συνάρτηση της ακτίνας R . (μονάδες 4)



Μονάδες 9

3. (4ο/2016 επαναληπτικές)

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς α . Με κέντρο το σημείο A και ακτίνα α γράφουμε τόξο $\widehat{AB}$ (βλέπετε σχήμα 2). Φέρνουμε τη διαγώνιο $A\Gamma$ του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ και Σ το σημείο που η $A\Gamma$ τέμνει το $\widehat{AB}$.

- Δ1.** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα με κέντρο το A και αντίστοιχο τόξο $\widehat{AS}$, ως συνάρτηση του α .

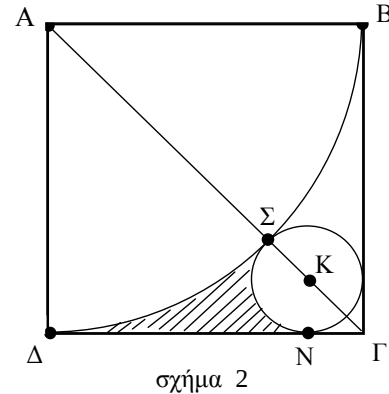
Μονάδες 8

Αν επιπλέον χαράξουμε κύκλο K ώστε να εφάπτεται του τόξου $\widehat{AB}$ και των πλευρών $B\Gamma$ και $\Delta\Gamma$ του τετραγώνου, τότε :

- Δ2.** Να δείξετε ότι το εμβαδόν (ϵ_K) του κύκλου K είναι $(\epsilon_K) = \pi\alpha^2(\sqrt{2} - 1)^4$.

Μονάδες 8

- Δ3.** Να υπολογίσετε, ως συνάρτηση του α , την περίμετρο 2τ του μικτόγραμμου τριγώνου $\Delta\Sigma N$ που ορίζεται από το τόξο $\widehat{AS}$, το τόξο $\widehat{SN}$ και το ευθύγραμμο τμήμα ΔN , όπου N το σημείο επαφής του κύκλου K με την πλευρά $\Delta\Gamma$.



σχήμα 2

Μονάδες 9

4. (2ο/2005)

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma = 10$. Επίσης η βάση του $B\Gamma = 12$.

- α.** Να υπολογίσετε το μήκος του ύψους του $A\Delta$.

Μονάδες 15

- β.** Να δείξετε ότι το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $(AB\Gamma) = 48$

Μονάδες 10

5. (4ο/2005)

Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, R) με $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - \beta\gamma$.

- α.** Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{A}$.

Μονάδες 10

- β.** Να δείξετε ότι $(OB\Gamma) = \frac{1}{6} E_6$, όπου E_6 είναι το εμβαδό κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου στον (O, R) κύκλο.

Μονάδες 10

- γ.** Να βρεθεί το εμβαδό του κυκλικού τμήματος με χορδή $B\Gamma$, ως συνάρτηση του R . (Το κυκλικό τμήμα να αντιστοιχεί στο κυρτογώνιο τόξο $\widehat{B\Gamma}$)

Μονάδες 5

6. (2ο/2011)

Δίνεται κανονικό πολύγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, R) και με κεντρική γωνία $\omega = 60^\circ$.

- B1.** Να υπολογιστεί ο αριθμός των πλευρών του κανονικού πολυγώνου.
Μονάδες 10
- B2.** Να υπολογίσετε την περίμετρό του, P , ως συνάρτηση του R .
Μονάδες 7
- B2.** Να υπολογίσετε το εμβαδό E του κανονικού πολυγώνου ως συνάρτηση του R .
Μονάδες 8

7. (4ο/2011)

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$. Στην πλευρά $B\Gamma$ θεωρούμε δύο διαφορετικά εσωτερικά της σημεία Δ και E ώστε $B\Delta = \Gamma E$.

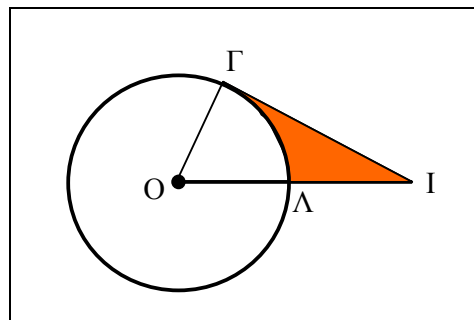
- Δ1.** Να δείξετε ότι $(AB\Delta) = (AE\Gamma)$.
Μονάδες 10
- Δ2.** Από το Δ φέρνουμε την ευθεία ΔZ παράλληλη της AB , όπου Z σημείο της πλευράς $A\Gamma$. Επίσης φέρνουμε το ευθύγραμμο τμήμα BZ που τέμνει την AE στο σημείο H .
- i) Να δείξετε ότι $(AB\Delta) = (ABZ)$.
Μονάδες 10
- ii) Να δείξετε ότι $(ZHE\Gamma) = (ABH)$.
Μονάδες 5

8. (4ο/2012)

Δίνεται κύκλος με κέντρο O και ακτίνα R . Προεκτείνουμε την ακτίνα OA κατά $AI = OA$. Φέρνουμε το εφαπτόμενο τμήμα IG .

- Δ1.** Βρείτε τις γωνίες του τριγώνου OIG .
Μονάδες 5
- Δ2.** Βρείτε (συναρτήσει του R) την πλευρά IG .
Μονάδες 6
- Δ3.** Βρείτε (συναρτήσει του R) το μήκος του τόξου $ΓΛ$ και το εμβαδόν του κυκλικού τομέα $O\Gamma\Lambda$.
Μονάδες 8
- Δ4.** Βρείτε το εμβαδόν του μεικτόγραμμου τριγώνου $\Gamma\Lambda I$ του διπλανού σχήματος.

Μονάδες 6



9. (3ο/2005)

Έστω O το σημείο τομής των διαγωνίων τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$, με $AB \parallel \Gamma\Delta$.

Να αποδείξετε ότι :

α) $(\Delta\Delta\Gamma) = (\Delta\Delta\Gamma)$

(7 Μονάδες)

β) $(\Delta O\Delta) = (\Delta O\Gamma)$

(8 Μονάδες)

γ) $(\Delta\Delta\Delta)^2 = (\Delta\Delta\Delta) \cdot (\Delta\Gamma\Delta)$

(10 Μονάδες)

Οι παρενθέσεις δηλώνουν τα εμβαδά των αντίστοιχων τριγωνικών χωρίων

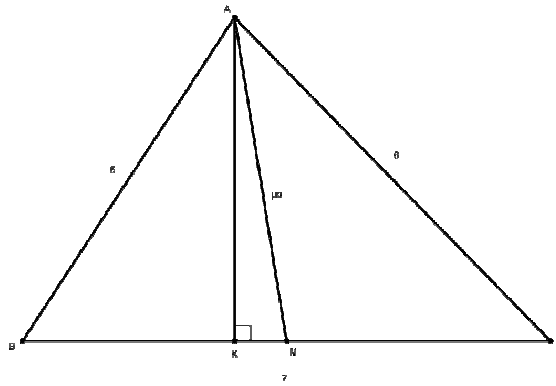
10. (3ο/2013)

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=5$, $B\Gamma=7$ και $GA=6$ αντίστοιχα. Από την κορυφή A φέρνουμε το ύψος AK και την διάμεσο AM .

Γ1. Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

Μονάδες 8

(τα υπόλοιπα ερωτήματα του ζητήματος είναι εκτός ύλης. Τα υπόλοιπα ερωτήματα είναι προτεινόμενα)



Γ2. Να υπολογίσετε το $\sin A$.

7 Μονάδες

Γ3. Να υπολογίσετε το τμήμα BK και το ύψος AK του τριγώνου $AB\Gamma$.

10 Μονάδες

11. (4ο/2013)

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), $\hat{B} = 60^\circ$ και υποτείνουσα $B\Gamma = \alpha$. Με κέντρο το B και ακτίνα το AB γράφουμε τόξο $\widehat{AM}$.

Δ1. Δικαιολογήστε γιατί $AB = \frac{\alpha}{2}$.

Μονάδες 5

Δ2. Υπολογίστε το μήκος του τόξου $\widehat{AM}$.

Μονάδες 6

Δ3. Υπολογίστε το εμβαδό του κυκλικού τομέα $(B, \widehat{AM})$.

Μονάδες 6

Δ4. Υπολογίστε το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου μικτόγραμμου τριγώνου $AM\Gamma$.

Μονάδες 8

