

5ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΠΕΤΡΟΥΠΟΛΗΣ
ΠΕΜΠΤΗ 19 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2023
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΟΜΑΔΑΣ ΘΕΤΙΚΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ & ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ - ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
(Βασικά στοιχεία συναρτήσεων)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ : Δύο (2)

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε δύο συναρτήσεις f και g λέγονται ίσες.

Μονάδες 5

A2. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις επόμενες προτάσεις με **Σωστό (Σ)** ή **Λάθος (Λ)**:

α) Αν μια συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη, τότε προφανώς, είναι συνάρτηση " $1 - 1$ ".

β) Το σύνολο των σημείων $M(x, y)$ για τα οποία ισχύει $y = f(x)$, δηλαδή το σύνολο των σημείων $M(x, f(x))$, $x \in A$ (όπου A το πεδίο ορισμού της f), λέγεται γραφική παράσταση της f .

γ) Το πεδίο ορισμού της f είναι το σύνολο A των τετμημένων των σημείων της C_f .

δ) Για κάθε συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A και f^{-1} , η αντίστροφη της, ισχύει :

$$f^{-1}(f(x)) = x, \quad x \in f(A)$$

ε) Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις, ονομάζουμε σύνθεση της f με τη g τη συνάρτηση $f \circ g$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, με $f(x) = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$ και $g(x) = x^2$.

B1. Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση $h = f \circ g$.

Μονάδες 20

B2. Αν $h(x) = \frac{2x-1}{x+2}$, για $x > 0$, να ορίσετε την h^{-1} .

Μονάδες 15

B3. Αν $h^{-1}(x) = \frac{2x+1}{2-x}$, για $x \in (-\frac{1}{2}, 2)$, να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των h και h^{-1} , δεν έχουν κοινά σημεία.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2 - \ln(x + 1)$.

Γ1. i) Να αποδείξετε ότι $f(e^x - 1) = 2 - x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 10

ii) Να αποδείξετε ότι $1 \in f(A)$.

Μονάδες 5

Γ2. Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία τις συναρτήσεις f (μονάδες 5)
και $f \circ f$ (μονάδες 10).

Μονάδες 15

Γ3. Να λύσετε την εξίσωση $f(e^x - 1) = e^{x-1}$.

Μονάδες 10

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Επιμέλεια θεμάτων: ΚΑΡΑΓΙΩΡΓΟΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΚΑΡΑΔΗΣ ΑΝΔΡΕΑΣ ΤΡΙΜΗΣ ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ
