



5ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΠΕΤΡΟΥΠΟΛΗΣ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 20/5/2025

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ
ΣΠΟΥΔΩΝ & ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ - ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
ΣΕΛΙΔΕΣ ΔΥΟ (2)

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Αν

- η f είναι συνεχής στο Δ και
- $f'(x) = 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ ,

τότε να αποδείξετε ότι η f είναι σταθερή σε όλο το διάστημα Δ .

Μονάδες 15

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στη κόλλα σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α. Δύο συναρτήσεις f, g είναι ίσες, αν υπάρχουν κάποια $x \in \mathbb{R}$, ώστε να ισχύει $f(x) = g(x)$.

Μονάδες 2

- β. Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x}$ είναι παραγωγίσιμη στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 2

- γ. Ένα τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης f , μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο της f .

Μονάδες 2

- δ. Αν μια συνάρτηση f παρουσιάζει ακρότατο στο x_0 , τότε ισχύει $f'(x_0) = 0$.

Μονάδες 2

- ε. Αν $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq 0$ τότε $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x(\ln x - 1) + 1, x > 0$.

B1. Να την μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 13

B2. Να λύσετε την εξίσωση $x \ln x + 1 = x$.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^4 + 3x^2 - 8$, $x \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να την μελετήσετε ως προς την κυρτότητα. **Μονάδες 10**

Γ2. Έστω (ε) η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης C_f της f στο σημείο $A(1, f(1))$.

i. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) . **Μονάδες 7**

ii. Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει σημείο της C_f , διαφορετικό από το A , στο οποίο η εφαπτομένη της είναι παράλληλη στην (ε) . **Μονάδες 8**

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$, $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα.

Μονάδες 4

Δ2. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι κυρτή ή κοίλη και να προσδιορίσετε (αν υπάρχει) τη θέση του σημείου καμπής της γραφικής της παράστασης.

Μονάδες 8

Δ3. Να αποδείξετε ότι:

i. $f'(x) \leq 1$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 6

ii. Για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$ ισχύει: $0 < f(\alpha + 1) - f(\alpha) < 1$.

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Τα θέματα να μην αντιγράψετε στη κόλλα σας.
2. Να απαντήσετε στη κόλλα σας σε όλα τα θέματα.
3. Διάρκεια εξέτασης : Δύο (2) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

Πετρούπολη 20 / 5 / 2025

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΔΗΜΗΤΡΙΑΔΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΚΑΡΑΓΙΩΡΓΟΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ

ΚΑΡΑΔΗΣ ΑΝΔΡΕΑΣ

ΤΡΙΜΗΣ ΠΑΝΤΕΛΗΣ