
Φυσική Β Λυκείου, Γενικής Παιδείας

3ο Φυλλάδιο - Ορμή / Κρούση

Επιμέλεια: Μιχάλης Ε. Καραδημητρίου, MSc Φυσικός

<http://perifysikhs.wordpress.com>

1 Σύστημα Σωμάτων - Εσωτερικές & Εξωτερικές Δυνάμεις

Δύο ή περισσότερα σώματα θεωρούμε ότι αποτελούν ένα **σύστημα σωμάτων** όταν τα σώματα αυτά αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Για παράδειγμα ένα σύστημα σωμάτων είναι **η Γη και η Σελήνη**, ένα άλλο **η Γη και ο Ήλιος** (βέβαια θα μπορούσαμε να μιλάμε και για το σύστημα Γης - Σελήνης - Ήλιου), ένα άλλο οι **μπάλες του μπιλιάρδου πάνω σε ένα τραπέζι**. Η ανάγκη για μελέτη συστημάτων σωμάτων προκύπτει για την απλοποίηση προβλημάτων φυσικής.

Χωρίζοντας τα υπό μελέτη σώματα με νοητά ή φυσικά τοιχώματα από το περιβάλλον τους μπορούμε να ορίσουμε τις εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις.

- **Εσωτερικές Δυνάμεις** για ένα σύστημα σωμάτων, είναι οι δυνάμεις που ασκούνται ανάμεσα στα σώματα που το απαρτίζουν. (Για παράδειγμα στο σύστημα Γης - Σελήνης η βαρυτική έλξη ανάμεσα τους είναι μια εσωτερική δύναμη.)
- **Εξωτερικές Δυνάμεις** για ένα σύστημα σωμάτων είναι όλες εκείνες οι δυνάμεις που ασκούνται από σώματα που δεν ανήκουν στο σύστημα. (Για παράδειγμα στο σύστημα Γης - Σελήνης η βαρυτική έλξη του Ήλιου είναι μια εξωτερική δύναμη)

Όταν σε ένα σύστημα σωμάτων δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή εφόσον ασκούνται έχουν συνισταμένη μηδέν, τότε αυτό το σύστημα θα λέγεται

μονωμένο σύστημα σωμάτων. Στην πραγματικότητα στην φύση δεν υπάρχουν μονωμένα συστήματα, αλλά μπορούμε να υποθέσουμε την ύπαρξή τους, αν οι εξωτερικές δυνάμεις είναι μικρότερες σε σχέση με τις εσωτερικές δυνάμεις.

2 Το μέγεθος της Ορμής

Ορμή ενός σώματος ονομάζουμε το διανυσματικό μέγεθος $\vec{P}$ που ορίζεται ως το γινόμενο της μάζας ενός σώματος m με την ταχύτητα του $\vec{v}$.

$$\vec{P} = m \cdot \vec{v} \quad (1)$$

Το διάνυσμα της Ορμής έχει την ίδια κατεύθυνση με το διάνυσμα της ταχύτητας του σώματος. Η μονάδα μέτρησης της Ορμής είναι το $1kg \cdot m/s$.

Η **μεταβολή της Ορμής** είναι επίσης μέγεθος διανυσματικό και ορίζεται ως:

$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi} \quad (2)$$

Προσοχή γιατί η παραπάνω σχέση είναι μια διανυσματική σχέση!

Ο **Ρυθμός μεταβολής της Ορμής** ορίζεται ως το πηλίκον της μεταβολής της Ορμής σε ένα χρονικό διάστημα προς το χρονικό διάστημα αυτό:

$$\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{\vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{t_{\tau\epsilon\lambda} - t_{\alpha\rho\chi}} \quad (3)$$

Αν “δουλέψουμε” λίγο την παραπάνω σχέση προκύπτει:

$$\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m \cdot \vec{v})}{\Delta t} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \cdot \vec{a} = \Sigma \vec{F} \quad (4)$$

Δηλαδή ο γνωστός μας “**2ος Νόμος του Νεύτωνα**” γράφεται με την χρήση της Ορμής ως:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \quad (5)$$

Με λίγα λόγια η μεταβολή της Ορμής ενός σώματος είναι αποτέλεσμα μιας δύναμης που ασκήθηκε στον σώμα για ένα χρονικό διάστημα.

3 Κρούσεις

Στην μηχανική με τον όρο κρούση εννοούμε τη σύγκρουση δύο σωμάτων που κινούνται το ένα σχετικά με το άλλο. Το φαινόμενο της κρούσης έχει δύο χαρακτηριστικά:

- Έχει πολύ μικρή χρονική διάρκεια.
- Κατά τη διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων αναπτύσσονται πολύ ισχυρές δυνάμεις, ισχυρότερες από όλες τις άλλες που μπορεί να ασκούνται στα σώματα (π.χ. βαρύτητα). Οι δυνάμεις αυτές έχουν σχέση "δράσης - αντίδρασης" και το μέτρο τους μεταβάλλεται κατά την διάρκεια της κρούσης.

Στην ατομική και πυρηνική φυσική η έννοια της κρούσης επεκτείνεται, ώστε να περιλαμβάνει και την αλληλεπίδραση μεταξύ σωματιδίων τα οποία δεν έρχονται σε επαφή.

Για παράδειγμα η εκτόξευση ενός ηλεκτρονίου προς ένα φορτισμένο σωματίδιο, έχει ως αποτέλεσμα την απότομη αλλαγή της κινητικής κατάστασης των σωματιδίων, τα οποία αν και δεν έρχονται σε επαφή, εμφανίζουν τα χαρακτηριστικά της κρούσης.

Ονομάζουμε κρούση κάθε φαινόμενο και του μικρόκοσμου, στο οποίο δύο σώματα αλληλεπιδρούν με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρονικό διάστημα. Στην σύγχρονη φυσική το παραπάνω φαινόμενο ονομάζεται και **σκέδαση**.

Η διατήρηση της ορμής στις κρούσεις

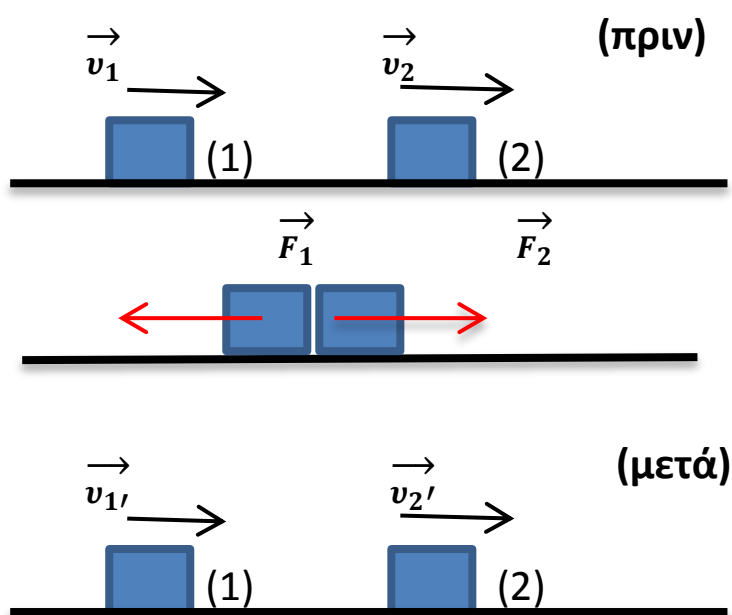
Επειδή κατά την διάρκεια της κρούσης δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις στα σώματα ή η συνισταμένη τους είναι μηδέν θεωρούμε το σύστημα των σωμάτων **μονωμένο**. Άρα:

$$\Sigma \vec{F}_{\epsilon\xi} = \frac{d\vec{P}_{o\lambda}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{P}_{o\lambda} = \sigma\tau\alpha\theta \Rightarrow \vec{P}_{o\lambda(\pi\rho\nu)} = \vec{P}_{o\lambda(\mu\epsilon\tau\alpha)}$$

Η ολική ορμή ενός συστήματος σωμάτων, κατά την διάρκεια της κρούσης διατηρείται.

Η παραπάνω πρόταση μπορεί εύκολα να αποδειχτεί, αν ξεκινήσουμε από τον 3ο Νόμο του Νεύτωνα κατά την διάρκεια της κρούσης.

Έστω δυο σώματα (1) και (2) με μάζες m_1 και m_2 που κινούνται με ταχύτητες $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$ αντίστοιχα. Κατά την διάρκεια της κρούσης τα σώματα αλληλεπιδρούν με δυνάμεις "Δράσης - Αντίδρασης" $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$. Μετά το πέρας της αλληλεπίδρασης τα σώματα αποκτούν αντίστοιχα ταχύτητες $\vec{v}_1'$ και $\vec{v}_2'$



Άρα σύμφωνα με όλα τα παραπάνω και σύμφωνα με τον 3ο Νόμο του Νεύτωνα:

$$\begin{aligned}\vec{F}_1 &= -\vec{F}_2 \Rightarrow \frac{\Delta \vec{P}_1}{\Delta t} = -\frac{\Delta \vec{P}_2}{\Delta t} \Rightarrow \vec{P}_1' - \vec{P}_1 = -(\vec{P}_2' - \vec{P}_2) \\ &\Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2' \Rightarrow \vec{P}_{ολ(πριν)} = \vec{P}_{ολ(μετα)}\end{aligned}$$

Τα είδη της κρούσης ανάλογα με την διατήρηση της κινητικής ενέργειας των συγκρουόμενων σωμάτων.

Σε αντίθεση με την Ορμή που παραμένει σταθερή σε όλες τις περιπτώσεις κρούσεων που θα μελετήσουμε στο Λύκειο, δεν συμβαίνει το ίδιο με την μη-

χανική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων. Σε κάθε κρούση υπάρχουν δύο βασικά στάδια:

Στο πρώτο στάδιο τα σώματα έρχονται σε επαφή μεταξύ τους και αρχίζουν να παραμορφώνονται, μέχρι να αποκτήσουν κοινή στιγμιαία ταχύτητα. Η απαιτούμενη ενέργεια για την παραμόρφωση τους προέρχεται από την αρχική τους μηχανική ενέργεια. Επειδή η κρούση γίνεται σε μικρό χρονικό διάστημα, θεωρούμε ότι τα σώματα δεν αλλάζουν θέση, άρα δεν μεταβάλλεται η Βαρυτική δυναμική τους ενέργεια, παρά μόνο η κινητική τους.

Στο δεύτερο στάδιο, ανάλογα με την φύση των σωμάτων που παραμορφώνονται η κρούση διακρίνεται σε ελαστική ή σε ανελαστική.

Ελαστική Κρούση

Η παραμόρφωση εξαφανίζεται και το σύστημα αποκτά πάλι την κινητική ενέργεια που είχε πριν την κρούση. Η αιτία είναι οι φύση των δυνάμεων που ασκούνται στα σώματα κατά την διάρκεια της κρούσης, καθώς είναι ελαστικές δυνάμεις δεν προκαλούν μόνιμες παραμορφώσεις. Άρα **η κρούση στην οποία η Κινητική Ενέργεια του συστήματος των σωμάτων παραμένει σταθερή ονομάζεται ελαστική**

Η διατύπωση της Διατήρησης της Κινητικής ενέργειας κατά την ελαστική κρούση διατυπώνεται ως εξής:

$$K_{ολ(πριν)} = K_{ολ(μετα)}$$

Η ελαστική κρούση είναι ιδανική περίπτωση, αλλά μπορούμε να θεωρήσουμε ελαστικές τις κρούσεις ανάμεσα σε σκληρά σώματα (π.χ. μπάλες μπιλιάρδου). Στην περίπτωση όμως του μικρόκοσμου οι κρούσεις (σκεδάσεις) είναι απόλυτα ελαστικές.

Με την ελαστική κρούση θα ασχοληθούμε αναλυτικά στο μάθημα της Φυσικής Κατεύθυνσης Γ Λυκείου.

Ανελαστική Κρούση

Η παραμόρφωση των σωμάτων δεν εξαφανίζεται τελείως και ένα μέρος της αρχικής Κινητικής ενέργειας που δαπανήθηκε για την παραμόρφωση δεν

γίνεται πάλι Κινητική ενέργεια, αλλά θερμότητα ή ενέργεια μόνιμης παραμόρφωσης. Η αιτία είναι πάλι η φύση των δυνάμεων που ασκούνται στα σώματα, καθώς είναι δυνάμεις που προκαλούν μόνιμες παραμορφώσεις. Άρα **η κρούση στην οποία μέρος της Κινητικής Ενέργειας του συστήματος των σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα ονομάζεται ανελαστική κρούση**

Η διατύπωση της διατήρησης της ενέργειας κατά την ανελαστική κρούση διατυπώνεται ως εξής:

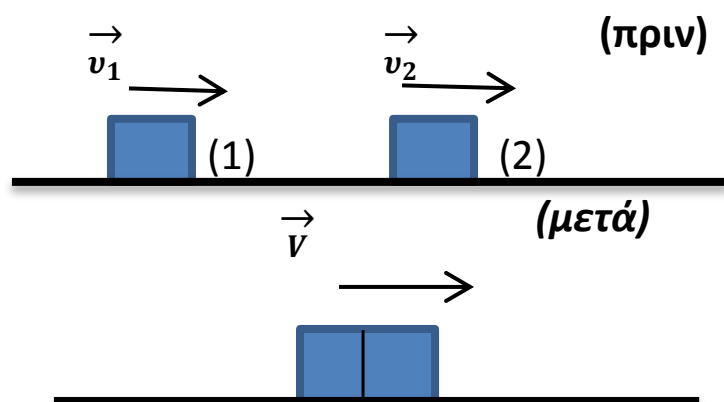
$$K_{ολ(πριν)} - E_{απωλ} = K_{ολ(μετα)} \Rightarrow K_{ολ(πριν)} > K_{ολ(μετα)}$$

όπου βέβαια $E_{απωλ}$ είναι οι ενεργειακές απώλειες σε θερμότητα και ανελαστικές παραμορφώσεις.

Σε αυτό το μάθημα θα ασχοληθούμε μόνο με μια ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης, εκείνη κατά την οποία τα σώματα μετά την κρούση γίνονται συσσωμάτωμα και κινούνται με κοινή ταχύτητα. Η κρούση αυτή λέγεται **πλαστική**.

Η Κεντρική Πλαστική κρούση

Θεωρούμε δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 που κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$. Μετά την κρούση τους προκύπτει ένα συσσωμάτωμα μάζας $m_1 + m_2$ με ταχύτητα $\vec{V}$. Για να υπολογίσουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος, όπως και τις ενεργειακές απώλειες θα χρησιμοποιήσουμε τα εργαλεία που εισάγαμε παραπάνω.



Η **διατήρηση της Ορμής** του συστήματος θα μας δώσει:

$$\vec{P}_{ολ(πριν)} = \vec{P}_{ολ(μετα)} \Rightarrow m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{V}$$

προσέχουμε το πρόσημο των ταχυτήτων γιατί δεν ξεχνάμε τον διανυσματικό χαρακτήρα της σχέσης μας.

Και η **Διατήρηση της Ενέργειας** θα μας δώσει:

$$E_{απωλ} = K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετα)} \Rightarrow E_{απωλ} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2$$

Η % μείωση της ενέργειας σε μια πλαστική κρούση υπολογίζεται με την παρακάτω σχέση:

$$\Pi\% = \frac{K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετα)}}{K_{ολ(πριν)}} \cdot 100\% \quad (6)$$

Εφαρμογές

Η Διατήρηση της Ορμής έχει πολλές εφαρμογές σε προβλήματα Φυσικής που το σύστημα μπορεί να θεωρηθεί μονωμένο. Ένα παράδειγμα είναι η **εκτόξευση των πυραύλων** (σκεφτείτε γιατί τα καύσιμα που φεύγουν προς τα πίσω), ένα άλλο παράδειγμα η **εκपुरσοκρότηση του όπλου**. Τέλος βασικό παράδειγμα είναι και η **έκρηξη μιας βόμβας** (σκεφτείτε γιατί τα θραύσματα φεύγουν προς όλες τις κατευθύνσεις γύρω από το σώμα)

4 Ενδεικτικές Ασκήσεις Κατανόησης

Με βάση τα παραπάνω προσπαθήστε να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις αιτιολογώντας την επιλογή σας.

4.1 Δύο σώματα (1) και (2) με μάζες m και $2m$ αντίστοιχα κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο με ταχύτητες μέτρου $2v$ και v αντίστοιχα, έχοντας αντίθετη φορά. Η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων είναι ίση με:

α) μηδέν

β) $2mv$

γ) $4mv$

δ) mv

4.2 Ένα σώμα μάζας m κινείται σε λείο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου v και συγκρούεται μετωπικά με ακίνητο σώμα μάζας $2m$. Αν το σώμα μάζας m μετά την κρούση έχει ίδια κατεύθυνση κίνησης και ταχύτητα μέτρου $\frac{v}{2}$, τότε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας $2m$ μετά την κρούση ισούται με :

α) v

β) $2v$

γ) $\frac{v}{2}$

δ) $\frac{v}{4}$

4.3 Μικρο σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα μέτρου v και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $3m$. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες ;

α) Η φορά της κίνησης του συσσωματώματος που προκύπτει από την κρούση είναι η ίδια με τη φορά κίνησης του σώματος μάζας m πριν την κρούση.

β) Η ορμή του συστήματος των δυο σωμάτων έχει μέτρο $4mv$.

γ) Η κινητική ενέργεια του συστήματος των δυο σωμάτων μειώθηκε εξαιτίας της κρούσης.

δ) Η ταχύτητα του σώματος που προκύπτει από την κρούση ισούται με $\frac{v}{4}$

4.4 Δύο σώματα (1) και (2) με μάζας m_1 και m_2 για τις οποίες ισχύει ότι $m_1 = 4m_2$ κινούνται με αντίθετες ορμές και συγκρούονται μετωπικά χωρίς να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες ;

- α) Πριν την κρούση τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων ικανοποιούν τη σχέση $v_1 = 4v_2$.
- β) Πριν την κρούση η συνολική ορμή του συστήματος των δυο σωμάτων ισούται με μηδέν.
- γ) Μετά την κρούση το μέτρο της συνολικής ορμής του συστήματος γίνεται πενταπλάσιο της αρχικής ορμής του σώματος (1).
- δ) Μετά την κρούση τα δύο σώματα θα συνεχίσουν να κινούνται με αντίθετες ορμές.

4.5 Ένα σώμα μάζας m κινείται ευθύγραμμα και συγκρούεται κάθετα με τοίχο έχοντας ελάχιστα πριν την κρούση ταχύτητα μέτρου v_1 . Αν η ταχύτητα του σώματος ελάχιστα μετά την κρούση είναι αντίθετη της ταχύτητας $\vec{v}_1$, τότε η αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του σώματος εξαιτίας της σύγκρουσης με τον τοίχο θα είναι :

- α) $-2mv_1$
- β) 0
- γ) $+mv_1$

4.6 Ένα βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου v_0 και σφηνώνεται σε σώμα μάζας $M = 4m$ που είναι ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση θα ισούται με :

- α) $0,4v_0$
- β) $0,5v_0$

γ) $0,24v_0$

4.7 Σώμα (1) μάζας m_1 κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με κινητική ενέργεια K_1 και συγκρούεται μετωπικά με ακίνητο σώμα (2) μάζας $m_2 = 4m_1$, χωρίς να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα. Το σώμα (1) εξαιτίας της κρούσης ακινητοποιείται. Η απώλεια της Κινητικής Ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων εξαιτίας της κρούσης ισούται με :

α) 0

β) $0,75K_1$

γ) $0,25K_1$

4.8 Ένα σώμα μάζας m_1 είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Σώμα μάζας $m_2 = \frac{m_1}{4}$ που κινείται με οριζόντια ταχύτητα $\vec{v}_0$ συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα m_1 . Το πηλίκο της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων ελάχιστα πριν την κρούση προς την κινητική ενέργεια του συστήματος ελάχιστα μετά την κρούση ισούται με :

α) 5

β) 4

γ) 2

δ) 1

4.9 Ένα σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω και όταν φτάσει στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς του, διασπάται ακαριαία (εξαιτίας έκρηξης) σε δύο κομμάτια με μάζες m_1 και $m_2 = 2m_1$.

α) Αν το κομμάτι μάζας m_1 αμέσως μετά την διάσπαση κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου v_1 ως προς το έδαφος, τότε το

κομμάτι μάζας m_2 , αμέσως μετά την διάσπαση κινείται ως προς το έδαφος:

- 1) κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $\frac{v_1}{2}$.
- 2) κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου $2v_1$.
- 3) κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου $\frac{v_1}{2}$

β) Η ενέργεια που απελευθερώθηκε από την διάσπαση είναι ίση με:

- 1) $\frac{1}{2}m_1v_1^2$
- 2) $\frac{3}{4}m_1v_1^2$
- 3) $m_1v_1^2$

