

## Ασκήσεις και Προβλήματα

### Ομαλή κυκλική κίνηση

#### 9.48 Για να απομνημονεύσουμε τους τύπους ...

Ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση.

Να συμπληρώσετε τον πίνακα που ακολουθεί.

| R (m) | f (Hz) | T (s) | $\omega$ (rad/s) | v (m/s) | N(περ/φές) | t (s) | s (m)  |
|-------|--------|-------|------------------|---------|------------|-------|--------|
| 1     | 10     |       |                  |         |            | 20    |        |
| 2     |        | 5     |                  |         | 4          |       |        |
| 0,5   |        |       | 4                |         |            |       | $8\pi$ |
|       |        |       | 20               | 40      |            | 5     |        |

#### 9.49 Για κάθε ομαλή κυκλική κίνηση να αποδείξετε ότι ισχύουν οι σχέσεις:

α)  $a_{\chi} \cdot v = 8\pi^3 R^2 f^3$

β)  $T^2 \cdot (v^2 + a_{\chi} R) = 8\pi^2 R^2$

γ)  $F_{\chi} \cdot R + m \cdot 4\pi^2 f^2 R^2 = 2mv^2$ .

#### 9.50 Στη Γενεύη ...

Ο δείκτης των λεπτών του περιφέρμου ρολογιού των λουλουδιών της Γενεύης έχει μήκος  $d=2\text{m}$ . Να βρεθούν:

α) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δείκτη, μετρούμενη σε rad/h.

β) Η γραμμική ταχύτητα του άκρου του δείκτη, μετρούμενη σε m/h.

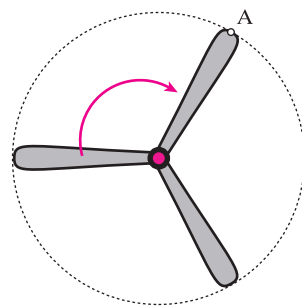
#### 9.51 Παρακολουθούμε τη περιστροφή ενός ανεμιστήρα, που βρίσκεται στην οροφή ενός εστιατορίου. Κάθε φτερό έχει μήκος $d=1,25\text{m}$ .

Ο ανεμιστήρας στρέφεται με συχνότητα  $f=(1/\pi)$  Hz. Συμβολίζουμε με A ένα άκρο του ενός φτερού.

α) Σε πόσο χρόνο το άκρο A θα διαγράψει 25 πλήρεις κύκλους;

β) Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα της κυκλικής κίνησης που διαγράφει το άκρο A.

γ) Πόσο χρόνο θα χρειαστεί το σημείο A για να διανύσει διάστημα  $s=100\text{m}$ ;



#### 9.52 Ένας στίβος αποτελείται από δύο ημικυκλικές στροφές και δύο ευθείες. Δύο αθλητές A και B των 400m φτάνουν ταυτόχρονα σε μια στροφή του στίβου, τρέχοντας με την ίδια ταχύτητα $v=8\text{m/s}$ .

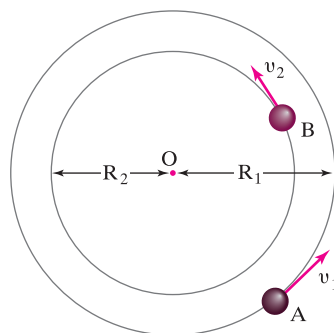
Ο αθλητής A τρέχει στην εσωτερική διαδρομή που έχει ακτίνα  $R_1=40\text{m}$  και ο B στην εξωτερική διαδρομή ακτίνας  $R_2=50\text{m}$ .

Μετά από χρόνο t ο ένας από αυτούς φτάνει πρώτος στο τέλος της στροφής.

- α) Ποιος είναι αυτός; Ο Α ή ο Β;  
 β) Πόσο απέχει ο άλλος αθλητής από το τέλος της στροφής τη χρονική στιγμή  $t$ ;  
 γ) Να βρεθεί ο λόγος των γραμμικών ταχυτήτων που θα έπρεπε να έχουν οι δύο αθλητές για να φτάσουν ταυτόχρονα στο τέλος της ημικυκλικής στροφής.

**9.53** Δύο υλικά σημεία Α και Β περιφέρονται σε ομόκεντρες κυκλικές τροχιές ακτίνων  $R_1=2,5\text{m}$  και  $R_2=2\text{m}$ .

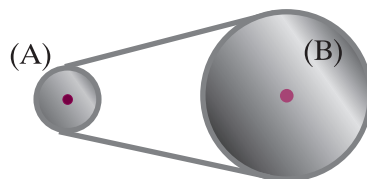
- α) Εάν τα δύο υλικά σημεία έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα, να βρεθεί ο λόγος των γραμμικών ταχυτήτων.  
 β) Εάν τα δύο υλικά σημεία έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα, να βρεθεί ο λόγος των γωνιακών ταχυτήτων.



**9.54** Σύστημα τροχών με ιμάντα ...

Γύρω από τις περιφέρειες δύο τροχών (Α) και (Β) έχει τυλιχτεί ένας ιμάντας.

Ένας εξωτερικός μηχανισμός περιστρέφει τον τροχό (Α), ο οποίος μεταδίδει την κίνηση στον τροχό (Β). Ο λόγος των ακτίνων των τροχών είναι:  $R_A/R_B=2/5$ .



Η συχνότητα περιστροφής του τροχού Α είναι  $f_A=4\text{Hz}$ .

Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού Β.

**9.55** Δύο κινητά ξεκινούν ταυτόχρονα, από το ίδιο σημείο ενός κύκλου ακτίνας  $R=21\text{m}$  και εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση πάνω στον κύκλο με ταχύτητες μέτρου  $v_1=3\text{m/s}$  και  $v_2=4,5\text{m/s}$ .

Να βρεθεί μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν για πρώτη φορά ...

- α) εάν κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση.  
 β) εάν κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις.  
 γ) Εάν διαγράφουν τον κύκλο προς την ίδια κατεύθυνση, τότε σε πόσο χρόνο θα συναντηθούν στο σημείο από το οποίο ξεκίνησαν;

**9.56** Τι ώρα μετά τις 12 ο λεπτοδείκτης και ο ωροδείκτης ...

- α) συμπίπτουν για πρώτη φορά;  
 β) συμπίπτουν για δεύτερη φορά;  
 γ) σχηματίζουν ορθή γωνία για πρώτη φορά;



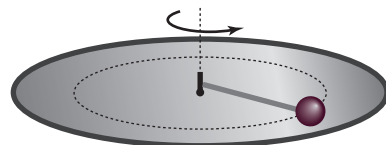
### 9.57 Στο Λονδίνο ...

Οι δείκτες του ρολογιού του Big Ben έχουν μήκη 1,2m (ο λεπτοδείκτης) και 0,8m (ο ωροδείκτης).

- Ποιος είναι ο λόγος των γραμμικών ταχυτήτων των άκρων των δύο δεικτών;
- Πόσο απέχει από τον άξονα περιστροφής ένα σημείο του λεπτοδείκτη, που έχει ίση κατά μέτρο ταχύτητα με την ταχύτητα του άκρου του ωροδείκτη;

### Η δυναμική της κυκλικής κίνησης

**9.58** Ένας οριζόντιος δίσκος περιστρέφεται με συχνότητα  $f=5\text{Hz}$ . Μία σφαίρα μάζας  $m=2\text{kg}$  βρίσκεται επάνω στο δίσκο και περιστρέφεται μαζί με αυτόν.



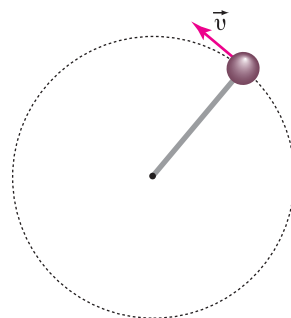
Η σφαίρα συγκρατείται από σκοινί μήκους  $d=0,5\text{m}$ , που είναι δεμένο στον άξονα του δίσκου.

Να βρεθούν:

- Η κεντρομόλος επιτάχυνση.
- Η τάση του νήματος.
- Εάν η αντοχή του νήματος είναι  $T_{\max}$  είναι 1.600N, να βρεθεί η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα με την οποία μπορεί να περιστρέφεται ο δίσκος.

Δίνεται  $\pi^2=10$ .

**9.59** Ένα σώμα μάζας  $m=0,5\text{kg}$  είναι δεμένο στην άκρη ενός σκοινιού και εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με κέντρο το άλλο άκρο του σκοινιού. Θεωρήστε ότι το βάρος δεν παίζει κανένα ρόλο στο πρόβλημά μας.



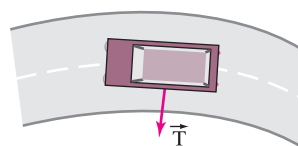
Η μεγαλύτερη συχνότητα με την οποία μπορεί να διαγράφει κύκλο το σώμα, χωρίς να κοπεί το σκοινί είναι  $f=(5/\pi)\text{Hz}$ .

- Να βρεθεί η αντοχή του σκοινιού.
- Εστω ότι θέλουμε το σκοινί να τεντώνεται με δύναμη ίση με το 1/4 της μέγιστης δύναμης που μπορεί να αντέξει.

Ποια είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση του σώματος σ' αυτή την περίπτωση;

**9.60** Ένα αυτοκίνητο κινείται σε κυκλική στροφή με ταχύτητα  $v=108\text{km/h}$ .

Η μάζα του αυτοκινήτου (μαζί με τον οδηγό) είναι  $m=1.200\text{kg}$  και η ακτίνα καμπυλότητας της στροφής είναι  $R=250\text{m}$ . Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .



- Να βρεθεί η τιμή της δύναμης τριβής που ενεργεί στο αυτοκίνητο.
- Εάν ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στις ρόδες και το οδόστρωμα είναι  $\mu=0,64$ , να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να αναπτύξει το αυτοκίνητο σ' αυτή τη στροφή.

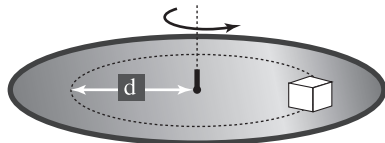
**9.61 Ο δίσκος και το ζάρι.**

Ένας οριζόντιος δίσκος περιστρέφεται με συχνότητα  $f=30$  στροφές/min.

Έχουμε τη δυνατότητα να τοποθετούμε ένα ζάρι σε διάφορα σημεία επάνω στο δίσκο.

Δίνεται ο συντελεστής τριβής μεταξύ του ζαριού και του δίσκου είναι  $\mu=0,225$ , η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g=10\text{m/s}^2$  και  $\pi^2=10$ .

Να βρεθεί η μέγιστη απόσταση από τον άξονα του δίσκου στην οποία μπορεί να τοποθετηθεί το ζάρι ώστε να μην ολισθαίνει προς τα έξω.

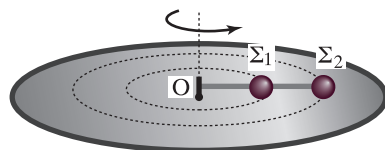
**9.62 Να υπολογιστούν οι τάσεις.**

Δύο σφαίρες  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  έχουν μάζες  $m_1=m$  και  $m_2=3m$ .

Οι σφαίρες δένονται με ανθεκτικά νήματα σε ίσες αποστάσεις  $O\Sigma_1=\Sigma_1\Sigma_2=a$  και τοποθετούνται επάνω σε δίσκο.

Ο δίσκος τίθεται σε περιστροφή με γωνιακή ταχύτητα  $\omega=10\text{rad/s}$  και οι σφαίρες ακολουθούν την περιστροφή του δίσκου.

Να υπολογίσετε τις τάσεις των νημάτων.

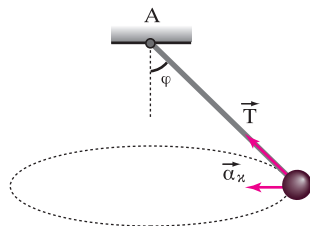
**9.63 Το κωνικό εκκρεμές.**

Η σφαίρα του σχήματος είναι δεμένη στο κάτω άκρο αβαρούς νήματος μήκους  $\ell=2\text{m}$ . Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο σε ένα ακλόνητο σημείο A της οροφής (δείτε και το σχήμα).

Η σφαίρα διαγράφει κυκλική τροχιά ακτίνας  $r=1\text{m}$  γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνάει από το σημείο A.

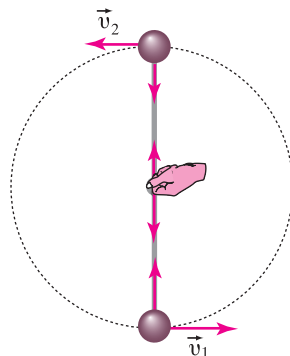
Η μάζα της σφαίρας είναι  $m=0,45\text{kg}$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ .

Να βρεθεί η τάση του νήματος και η κεντρομόλος επιτάχυνση.



**9.64** Μία σφαίρα μάζας  $m=0,4\text{kg}$  είναι δεμένη στη μία άκρη αβαρούς νήματος. Πιάνουμε το νήμα από την άλλη άκρη και κουνάμε το χέρι μας αναγκάζοντας τη σφαίρα να διαγράφει κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο.

Όταν η σφαίρα περνάει από το κατώτατο σημείο της τροχιάς της έχει ταχύτητα  $v_1=10\text{m/s}$ , ενώ στο ανώτατο σημείο έχει ταχύτητα  $v_2=4\text{m/s}$ .



Δίνεται το μήκος του νήματος  $\ell=0,5\text{m}$  και η βαρύτητική επιτάχυνση  $g=10\text{m/s}^2$ .

Να βρεθεί η δύναμη που αισθανόμαστε στο χέρι μας:

- α) όταν η σφαίρα βρίσκεται στο κατώτατο σημείο της τροχιάς της και
- β) όταν βρίσκεται στο ανώτατο σημείο της τροχιάς της.

**9.65** Στη μία άκρη αβαρούς νήματος είναι δεμένη μία σφαίρα. Το όριο θραύσης του νήματος είναι τετραπλάσιο του βάρους του σώματος.

Πιάνοντας την άλλη άκρη αναγκάζουμε τη σφαίρα να διαγράφει κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο.

Ποια είναι η μεγαλύτερη ταχύτητα που μπορεί να έχει η σφαίρα όταν περνάει από το κατώτατο σημείο της τροχιάς της χωρίς να κοπεί το νήμα;

Δίνεται το μήκος του νήματος  $\ell=0,3\text{m}$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ .

**9.66** **Ο γύρος του θανάτου.**

Ο γύρος του θανάτου είναι μία ατραξιόν που γίνεται στο τσίρκο. Ένας μοτοσικλετιστής εκτελεί οριζόντιους κύκλους μέσα σε ένα μεγάλο κύλινδρο.

Η βάση του κυλίνδρου είναι οριζόντια επάνω στο έδαφος και τα τοιχώματά του είναι κατακόρυφα.

Σε ένα τέτοιο κύλινδρο ακτίνας  $R=15\text{m}$  κινείται ένας μοτοσικλετιστής συνολικής μάζας  $m=200\text{kg}$ , με ταχύτητα  $v=54\text{km/h}$ .

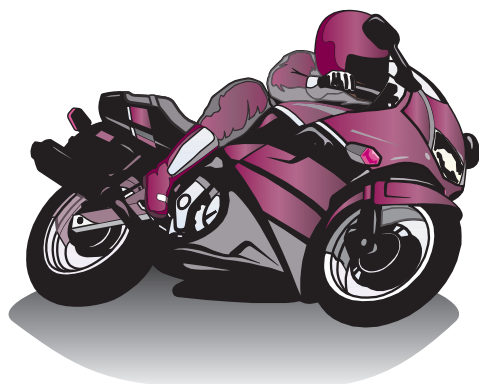
- α) Να υπολογιστεί η κάθετη αντίδραση που εξασκεί ο κύλινδρος στις ρόδες της μοτοσικλέτας.
- β) Ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στις ρόδες και το κατακόρυφο τοίχωμα είναι  $\mu=0,375$ . Με ποια ελάχιστη ταχύτητα μπορεί να εκτελεί το νούμερο ο αναβάτης χωρίς να ολισθαίνει προς τα κάτω; Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

**9.67** **Ο μοτοσικλετιστής.**

Ένας μοτοσικλετιστής "μπαίνει" σε στροφή με ταχύτητα  $v=144\text{km/h}$ .

Η στροφή είναι κυκλική, το έδαφος οριζόντιο και η ακτίνα καμπυλότητας της στροφής είναι  $R=128\text{m}$ .

- α) Ποια κλίση ως προς την κατακόρυφο πρέπει να δώσει στο σύστημα σώμα - μηχανή ο μοτοσικλετιστής για να πραγματοποιήσει τη στροφή με τη μεγαλύτερη δυνατή ασφάλεια;
- β) Εάν η μεγαλύτερη κλίση, ως προς την κατακόρυφη, που μπορεί να έχει ώστε να περάσει με ασφάλεια τη στροφή είναι  $60^\circ$ , τότε με ποια μέγιστη ταχύτητα τρέχει;

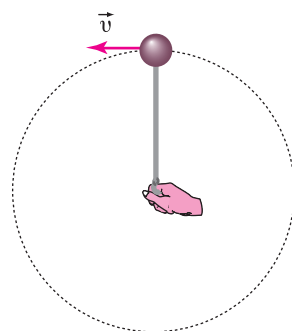


**9.68 Συνθήκη ανακύκλωσης.**

Μία σφαίρα είναι δεμένη στη μία άκρη αβαρούς νήματος. Αναγκάζουμε τη σφαίρα να διαγράφει κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο.

Να βρεθεί η ελάχιστη ταχύτητα που μπορεί να έχει η σφαίρα όταν διέρχεται από το ανώτατο σημείο της τροχιάς της, χωρίς να λυγίσει το νήμα.

Δίνεται το μήκος του νήματος  $\ell=0,4\text{m}$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ .

**9.69 Να βρεθεί η τάση του νήματος.**

Μία σφαίρα μάζας  $m=2\text{kg}$  είναι δεμένη στη μία άκρη αβαρούς νήματος μήκους  $\ell=2\text{m}$  και διαγράφει κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο.

Το κέντρο της κυκλικής τροχιάς είναι το άλλο άκρο του νήματος.

Κάποια στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από το κατώτερο σημείο της κυκλικής τροχιάς της, έχει γραμμική ταχύτητα με φορά όπως στο σχήμα και μέτρο  $v=6\text{m/s}$ .

α) Να βρεθεί το μέτρο και η κατεύθυνση της γωνιακής ταχύτητας αυτή τη στιγμή.

β) Ποιο είναι το μέτρο της τάσης του νήματος;

γ) Εάν η μεγαλύτερη ταχύτητα με την οποία η σφαίρα διέρχεται από το κατώτερο σημείο της κυκλικής τροχιάς της χωρίς να κοπεί το νήμα είναι  $v=8\text{m/s}$ , να βρεθεί η αντοχή του νήματος.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ .

