



ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΤΡΙΜΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

3^ο ΘΕΜΑ

1.

Δίνεται η παράσταση $A = |x - 1| + |y - 3|$, με $x, y \in \mathbb{R}$ για τους οποίους ισχύει :

$$1 < x < 4 \quad \text{και} \quad 2 < y < 3$$

Γ1. Να αποδείξετε ότι $A = x - y + 2$.

Μονάδες 12

Γ2. Να αποδείξετε ότι $0 < A < 4$.

Μονάδες 13

2.

Αν είναι $A = 2 - \sqrt{3}$, $B = 2 + \sqrt{3}$, τότε :

Γ1. Να αποδείξετε ότι $A \cdot B = 1$.

Μονάδες 12

Γ2. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\Gamma = A^2 + B^2$.

Μονάδες 13

3.

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + 4(\lambda - 1) = 0$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να βρείτε τη διακρίνουσα της εξίσωσης.

Μονάδες 8

Γ2. Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 8

Γ3. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης, να βρείτε για ποια τιμή του λ ισχύει $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$

Μονάδες 9

4.

Γ1. Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{|x+1|}{3} - \frac{|x+1|+4}{5} = \frac{2}{3}$, (1)

Μονάδες 10

Γ2. Να λύσετε την ανίσωση : $-x^2 + 2x + 3 \leq 0$, (2)

Μονάδες 10

Γ3. Να εξετάσετε αν οι λύσεις της (1) είναι και λύσεις της (2).

Μονάδες 5

5.

Σε μια αριθμητική πρόοδο ισχύουν :

$$a_1 = 2 \quad \text{και} \quad a_{25} = a_{12} + 39$$

Γ1. Να αποδείξετε ότι η διαφορά ω της προόδου είναι $\omega = 3$.

Μονάδες 10

Γ2. Βρείτε ποιός όρος της προόδου είναι ίσος με 152.

Μονάδες 8

Γ3. Να υπολογίσετε το άθροισμα :

$$2 + 5 + 8 + \dots + 152$$

Μονάδες 7