

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΤΡΙΜΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ
ΕΥΘΕΙΕΣ
ΚΩΝΙΚΕΣ ΤΟΜΕΣ

Τελική επανάληψη



2ο – 3ο ΘΕΜΑ

1.

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = \sqrt{3}$, $|\vec{\beta}| = 2\sqrt{3}$ και $\left(\vec{\alpha}, \vec{\beta}\right) = \frac{2\pi}{3}$.

B1. Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.

Μονάδες 15

B2. Να δείξετε ότι $|\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}| = 3\sqrt{7}$.

Μονάδες 10

2.

Δίνεται η εξίσωση $(1 - 2\lambda)x + (\lambda + 1)y = 1 - 8\lambda$, (1), με $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία γραμμή για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 5

Γ2. Να δείξετε ότι οι ευθείες της (1) διέρχονται από σταθερό σημείο M, του οποίου να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του.

Μονάδες 10

Γ3. Αν είναι $M(3, -2)$ το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB με A, B να είναι τα σημεία τομής της (1) με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι

$$\lambda = \frac{5}{4}.$$

Μονάδες 10

3.

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 + 4ax - 2(a+2)y + 4a^2 + 4a + 4 = 0$, $a \in \mathbb{R}$. (1)

Γ1. Δείξτε ότι για $a \neq 0$, η (1) εκφράζει κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο K και την ακτίνα ρ .

Μονάδες 10

Γ2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας πάνω στην οποία βρίσκονται τα κέντρα των κύκλων.

Μονάδες 7

Γ3. Να εξετάσετε αν υπάρχει κύκλος (C), της (1), ο οποίος εφάπτεται στον άξονα $x'x$ και αν υπάρχει να βρείτε την εξίσωσή του.

Μονάδες 8

4.

Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ δίνεται ότι

$$|\vec{\alpha}| = 2, \quad |\vec{\beta}| = 2\sqrt{2}, \quad (\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{4}.$$

B1. Να υπολογίσετε:

i. το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.

ii. το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$, όπου $\vec{\gamma} = \vec{\beta} - 2\vec{\alpha}$.

Μονάδες (5+6)

B2. Να αποδείξετε ότι $|\vec{\gamma}| = |\vec{\beta}|$.

Μονάδες 7

B3. Να βρείτε την γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\gamma}$.

Μονάδες 7

5.

Δίνεται η ευθεία (ε) : $3x + y + a = 0$, $a \in \mathbb{R}$ και τα σημεία $A(1, 3)$, $B(-2, 2)$.

Γ1. Αν η απόσταση του σημείου A από την ευθεία (ε) είναι ίση με το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB, να βρεθεί ο αριθμός a .

Μονάδες 8

Γ2. Για $a = 4$, να βρείτε:

i. το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ, όπου Γ είναι το σημείο που η ευθεία (ε) τέμνει τον άξονα yy' .

ii. την εξίσωση ευθείας (ζ) που είναι κάθετη στην (ε) και διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

iii. το σημείο της ευθείας (ε) που απέχει την μικρότερη απόσταση από την αρχή των αξόνων.

Μονάδες (7+5+5)