

ΟΜΑΔΑ Α

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνεται η εξίσωση: $\lambda x^2 - (\lambda - 1)x - 1 = 0$, με παράμετρο $\lambda \neq 0$.

α) Να βρείτε την τιμή του λ για την οποία η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό -2 . (μον. 4)

β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \neq 0$. (μον. 6)

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνεται το τριώνυμο $\lambda x^2 - (\lambda^2 + 1)x + \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$

α) Βρείτε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και αποδείξετε ότι το τριώνυμο έχει ρίζες για $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$. (μον. 3)

β) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου, να βρείτε το $S = x_1 + x_2$ συναρτήσει του $\lambda \neq 0$ και να βρείτε και το $P = x_1 \cdot x_2$. (μον. 2)

γ) Αν $\lambda < 0$, τότε:

i) Οι ρίζες του τριωνύμου είναι θετικές ή αρνητικές; Αιτιολογήστε. (μον. 2)

ii) Να αποδείξετε ότι $|x_1 + x_2| \geq 2x_1x_2$, όπου x_1, x_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου. (μον. 3)

ΟΜΑΔΑ Β

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 2)x^2 + 2\lambda x + \lambda - 1 = 0$, με παράμετρο $\lambda \neq -2$.

Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες:

α) η εξίσωση έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες. (μον. 6)

β) το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης είναι ίσο με 2. (μον. 4)

ΑΣΚΗΣΗ 2

Θεωρούμε την εξίσωση $x^2 + 2(\mu - 3)x + \mu^2 - 9 = 0$, $\mu \neq 1$.

α) ι) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα είναι $\Delta = -24(\mu - 3)$ (μον. 3)

ιι) Να βρείτε το μ ώστε η αρχική εξίσωση να έχει διπλή (μοναδική) ρίζα. (μον. 2)

β) Υποθέτουμε ότι η αρχική εξίσωση έχει δύο ρίζες ρ_1, ρ_2 .

ι) Να βρείτε συναρτήσει του μ το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών. (μον. 2)

ιι) Αν επιπλέον ισχύει $\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = 1$ να βρείτε το μ . (μον. 3)