

α) Τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΓΔ και ΒΓΕ έχουν:

$ΑΔ = ΒΓ$, από υπόθεση

$ΑΓ = ΒΕ$, από υπόθεση

Οπότε τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΒΓΕ είναι ίσα αφού έχουν τις κάθετες πλευρές τους ίσες .

β) Από την ισότητα των τριγώνων ΑΓΔ και ΒΓΕ προκύπτει ότι $ΔΓ = ΓΕ$, οπότε το τρίγωνο ΔΓΕ είναι ισοσκελές. Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου ΒΓΕ είναι:

$$ΕΓΒ + \hat{Β} + ΒΕΓ = 180^\circ \Leftrightarrow 40^\circ + 90^\circ + ΒΕΓ = 180^\circ \Leftrightarrow ΒΕΓ = 50^\circ.$$

Από την ισότητα των τριγώνων ΑΓΔ και ΒΓΕ προκύπτει ότι $Δ\hat{Γ}Α = Β\hat{Ε}Γ$ (ως απέναντι των ίσων πλευρών ΑΔ και ΒΓ). Άρα $Δ\hat{Γ}Α = Β\hat{Ε}Γ = 50^\circ$.

Ισχύει ότι:

$$Δ\hat{Γ}Α + Δ\hat{Γ}Ε + ΕΓΒ = 180^\circ \Leftrightarrow 50^\circ + Δ\hat{Γ}Ε + 40^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow Δ\hat{Γ}Ε = 90^\circ.$$

Άρα το τρίγωνο ΔΓΕ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

