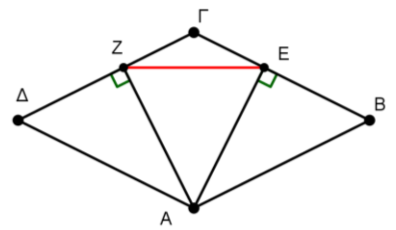
α) Τα τρίγωνα ΑΖΔ και ΑΕΒ είναι ορθογώνια και έχουν:

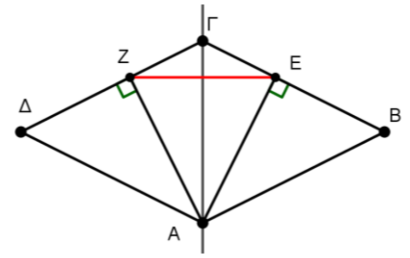
- ΑΒ = ΑΔ, διότι είναι πλευρές του ρόμβου
- $\widehat{\mathrm{B}} = \widehat{\Delta}$, ως απέναντι γωνίες του ρόμβου.

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα (έχουν την υποτείνουσα και μία οξεία γωνία ίσες μία προς μία). Οπότε και οι αντίστοιχες πλευρές τους ΑΖ και ΑΕ θα είναι ίσες, δηλ. ΑΖ = ΑΕ. Επομένως, το τρίγωνο ΑΖΕ είναι ισοσκελές.

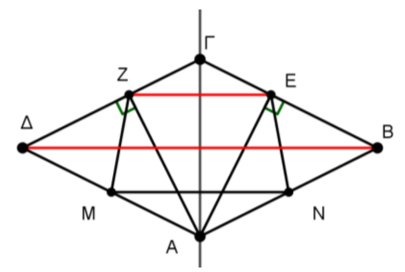


β) Επειδή τα τρίγωνα ΑΖΔ και ΑΕΒ είναι ίσα, έχουμε ΖΔ=ΒΕ. Και αφού ΓΔ=ΓΒ (πλευρές ρόμβου), θα έχουμε και ΓΔ–ΖΔ=ΓΒ–ΒΕ, δηλαδή ΓΖ=ΓΕ.

Οπότε, το Γ ισαπέχει από τα άκρα του ΖΕ. Ομοίως, από το προηγούμενο ερώτημα, το Α ισαπέχει από τα άκρα του ΖΕ. Οπότε, τα Α και Γ θα ανήκουν στη μεσκάθετο του ΖΕ. Άρα, η ΑΓ είναι η μεσοκάθετος του ΖΕ



γ) Το ΜΝ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΑΔΒ, άρα ΜΝ // ΒΔ (3).



Επίσης:

- ΑΓ ⊥ ΒΔ, ως διαγώνιες του ρόμβου
- ΖΕ ⊥ ΑΓ, από το ερώτημα β

Επομένως ΖΕ // ΔΒ (4).

Από (3), (4) βρίσκουμε ΖΕ // ΜΝ.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΖ η ΖΜ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, άρα ΖΜ = $\frac{\mathrm{Α}\Delta}{2}$ (5). Ομοίως, στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΕ ισχύει ότι ΕΝ = $\frac{\mathrm{ΑΒ}}{2}$ (6)

Επειδή ΑΔ = ΑΒ, αφού ΑΒΓΔ ρόμβος, από τις (5), (6) προκύπτει ΖΜ = ΕΝ.