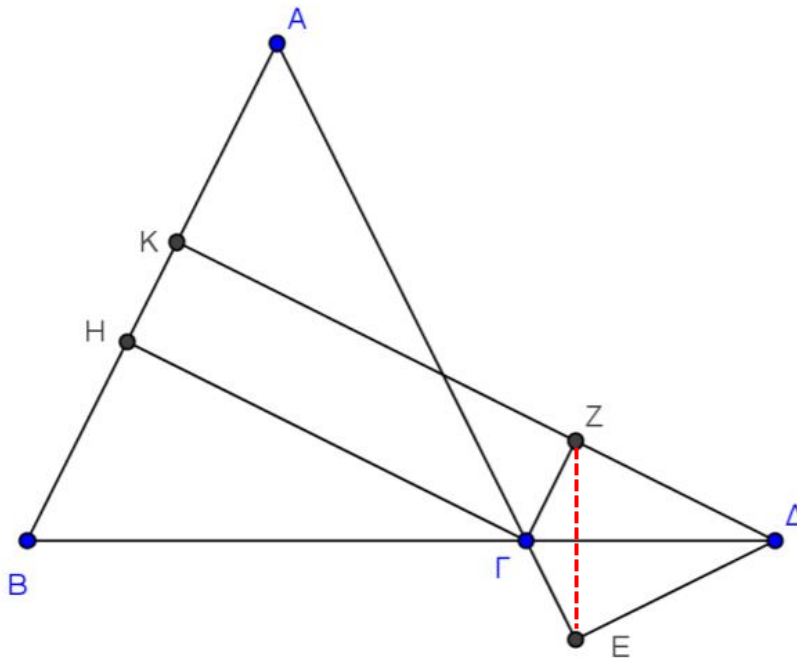




α) Επειδή $GZ \perp DK$ και $BA \perp DK$, είναι $GZ \parallel AB$. Επομένως $\widehat{Z\Gamma\Delta} = \widehat{B}$ (1), ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων AB, GZ που τέμνονται από την $B\Delta$.

β) Είναι $\widehat{A\Gamma B} = \widehat{B}$ (2) ως γωνίες βάσης ισοσκελούς τριγώνου. Ακόμη $\widehat{\Delta\Gamma E} = \widehat{A\Gamma B}$ (3) ως κατακορυφήν. Τελικά από τις (1), (2) και (3) προκύπτει $\widehat{\Delta\Gamma E} = \widehat{Z\Gamma\Delta}$, οπότε η $\Gamma\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{Z\Gamma E}$.

γ) Τα τρίγωνα $Z\Gamma\Delta$ και $\Delta\Gamma E$:

- Είναι ορθογώνια
- Έχουν $\Gamma\Delta$ κοινή πλευρά
- Έχουν $\widehat{E\Gamma\Delta} = \widehat{Z\Gamma\Delta}$

Άρα έχουν ίσες υποτείνουσες και οξείες γωνίες μία προς μία ίσες. Επομένως είναι ίσα και έχουν $\Delta Z = \Delta E$ (απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{E\Gamma\Delta}$ και $\widehat{Z\Gamma\Delta}$), οπότε το τρίγωνο ΔZE είναι ισοσκελές.

δ) Το τετράπλευρο $KH\Gamma Z$ έχει τρεις γωνίες ορθές οπότε είναι ορθογώνιο. Οι $KZ, H\Gamma$ είναι απέναντι πλευρές του ορθογωνίου οπότε $KZ = H\Gamma$. Τότε:

$$\Delta K - \Delta E = \Delta K - \Delta Z = ZK = H\Gamma.$$