



α) Οι διαγώνιες AZ , $BΔ$ του τετραπλεύρου $ABZΔ$ διχοτομούνται γιατί

- $BE = ED$ εφόσον το E είναι μέσο της $BΔ$, από την υπόθεση και
- $EZ = AE$, από την υπόθεση.

Άρα το $ABZΔ$ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Οι BZ , $AΔ$ είναι απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου, άρα οι BZ και $AΔ$ είναι ίσες και παράλληλες.

Όμως η $ΔΓ$ είναι στην ίδια ευθεία με την $AΔ$, άρα η BZ και η $ΔΓ$ είναι παράλληλες.

Επιπλέον η $BΔ$ είναι διάμεσος της $ΑΓ$ του τριγώνου $ABΓ$ (από υπόθεση), άρα $ΔΓ = AΔ$.

Όμως $BZ = AΔ$ (ως απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου, όπως είπαμε), άρα $BZ = ΔΓ$.

Οπότε το $BΔΓΖ$ είναι παραλληλόγραμμο γιατί έχει τις δύο απέναντι πλευρές του, BZ και $ΔΓ$ ίσες και παράλληλες.

γ) Έστω K το σημείο τομής των $BΓ$ και $ΔΖ$. Επειδή το $BΔΓΖ$ είναι παραλληλόγραμμο οι διαγώνιες του διχοτομούνται. Άρα το K είναι μέσο του $ΔΖ$ και επομένως η BK είναι διάμεσος της $ΔΖ$ στο τρίγωνο $BΔΖ$.

Τελικά, στο τρίγωνο $BΔΖ$ τα EZ , BK είναι διάμεσοι, άρα το σημείο τομής τους $Θ$ είναι το βαρύκεντρο του τριγώνου.