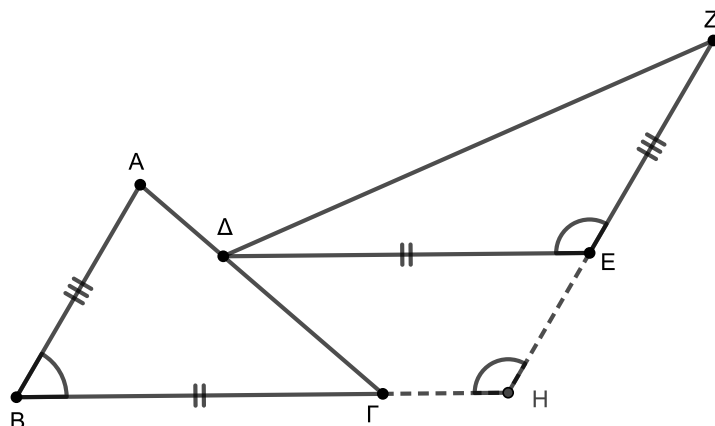


$\alpha)$ 

1. Σ
2. $\wedge$
3. $\wedge$
4. $\wedge$

Προεκτείνουμε την ΖΕ και τη ΒΓ και έστω Η το σημείο τομής τους. Τότε:

$\widehat{Z\hat{E}\Delta} = \widehat{E\hat{H}\Gamma}$ ως εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες των παραλλήλων ΔΕ και ΒΗ που τέμνονται από την ΖΗ.

$\widehat{E\hat{H}G} + \widehat{A\hat{B}G} = 180^\circ$ γιατί είναι γωνίες εντός και επί τα αυτά των παραλλήλων AB και ZH που τέμνονται από την BH . Άρα $\widehat{Z\hat{E}D} + \widehat{A\hat{B}G} = 180^\circ$, δηλαδή είναι παραπληρωματικές γωνίες και αφού $\widehat{B} < 90^\circ$ από την υπόθεση, τότε $\widehat{Z\hat{E}D} > 90^\circ$. Άρα δεν είναι ίσες.

Η απάντηση στο συλλογισμό 3. είναι λάθος, γιατί τα τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μια προς μία, τις ΔΕ, ΒΓ και τις ΖΕ, ΑΒ, αλλά οι περιεχόμενες γωνίες αυτών των πλευρών δεν είναι ίσες αλλά παραπληρωματικές, όπως δικαιολογήθηκε παραπάνω.

γ) Οι γωνίες $\widehat{Z\hat{E}D}$ και $\widehat{A\hat{B}Γ}$ είναι παραπληρωματικές.

- Αν $\widehat{AB\Gamma} < 90^\circ$, τότε $\widehat{Z\acute{E}\Delta} > 90^\circ$ και τα τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες και τις περιεχόμενες γωνίες στις πλευρές αυτές άνισες. Οπότε, θα έχουν και τις τρίτες πλευρές τους ομοίως άνισες. Δηλαδή, αφού $\widehat{AB\Gamma} < \widehat{Z\acute{E}\Delta}$ τότε $A\Gamma < \Delta Z$.
- Αν $\widehat{AB\Gamma} > 90^\circ$, τότε $\widehat{Z\acute{E}\Delta} < 90^\circ$ και τα τρίγωνα όπως προηγουμένως θα έχουν τις τρίτες πλευρές τους ομοίως άνισες. Δηλαδή, αφού $\widehat{AB\Gamma} > \widehat{Z\acute{E}\Delta}$ τότε $A\Gamma > \Delta Z$.

- Αν $\widehat{A\hat{B}\Gamma} = 90^\circ$, τότε και $\widehat{Z\hat{E}\Delta} = 90^\circ$ και τα τρίγωνα είναι ορθογώνια με ίσες τις κάθετες πλευρές τους, οπότε θα είναι ίσα και συνεπώς θα έχουν ίσες και τις υποτείνουσές τους. Δηλαδή, αφού $\widehat{A\hat{B}\Gamma} = \widehat{Z\hat{E}\Delta} = 90^\circ$ τότε $A\Gamma = \Delta Z$.

Άρα η μόνη περίπτωση στην οποία τα τμήμα ΔZ είναι ίσο με το τμήμα $A\Gamma$ είναι όταν οι γωνίες $\widehat{Z\hat{E}\Delta}$ και $\widehat{A\hat{B}\Gamma}$ είναι παραπληρωματικές και ίσες, δηλαδή ορθές.