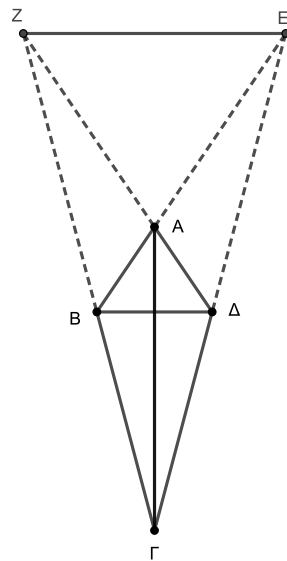


α)

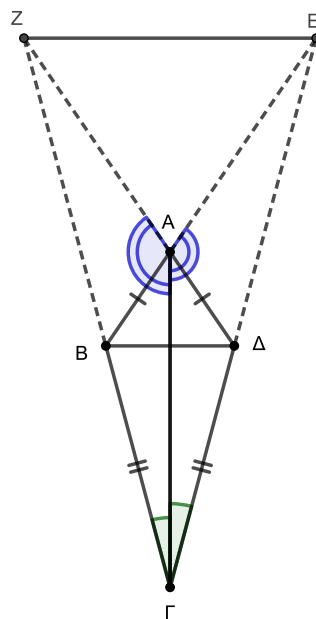


Τα τρίγωνα ABΓ και AΔΓ έχουν:

- $AB = AD$, από υπόθεση
- $GB = GD$, από υπόθεση
- ΓΑ κοινή πλευρά

Από το κριτήριο Π-Π-Π τα τρίγωνα ABΓ και AΔΓ είναι ίσα, οπότε έχουν $\widehat{BGA} = \widehat{AGD}$ (1), διότι βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές AB και AD αντίστοιχα. Άρα η ΓΑ είναι διχοτόμος της γωνίας BΓΔ.

β)



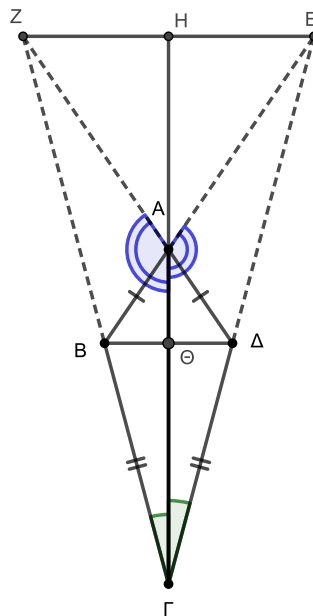
$\widehat{ZAB} = \widehat{EAD}$ (2) ως κατακορυφήν γωνίες, $\widehat{BAG} = \widehat{DAG}$ (3), γιατί είναι γωνίες απέναντι από τις ίσες πλευρές ΓΒ και ΓΔ αντίστοιχα, των ίσων τριγώνων ΑΒΓ και ΑΔΓ του α) ερωτήματος. Από (2) και (3) έχουμε ότι: $\widehat{ZAG} = \widehat{EAG}$ (4) ως αθροίσματα ίσων γωνιών

Τα τρίγωνα ΖΑΓ και ΕΑΓ έχουν:

- $\widehat{BGA} = \widehat{DGA}$, από τη σχέση (1)
- ΑΓ κοινή πλευρά
- $\widehat{ZAG} = \widehat{EAG}$, από τη σχέση (4)

Άρα από το κριτήριο Γ-Π-Γ τα τρίγωνα ΖΑΓ και ΕΑΓ είναι ίσα οπότε $GZ=GE$ γιατί είναι πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{ZAG}$, $\widehat{EAG}$ αντίστοιχα.

γ)



Έστω Η και Θ τα σημεία στα οποία το τμήμα ΑΓ τέμνει τα τμήματα ΖΕ και ΒΔ αντίστοιχα. Στο ισοσκελές τρίγωνο ΓΒΔ ($GB = GD$), η ΓΘ είναι διχοτόμος, άρα και ύψος. Τότε: $BD \perp \Gamma\Theta$. Στο ισοσκελές τρίγωνο ΓΖΕ ($GZ = GE$), η ΓΗ είναι διχοτόμος, άρα και ύψος. Τότε: $EZ \perp \Gamma\Gamma$ ή $EZ \perp \Gamma\Theta$.

Οπότε συμπεραίνουμε ότι $EZ \parallel B\Delta$, ως κάθετα στο ίδιο τμήμα ΓΘ.