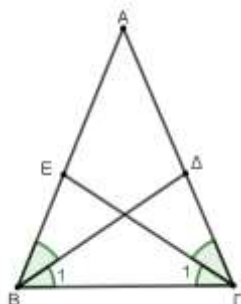


α) Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και $BD, \Gamma E$ διχοτόμοι των γωνιών του B, Γ αντίστοιχα.

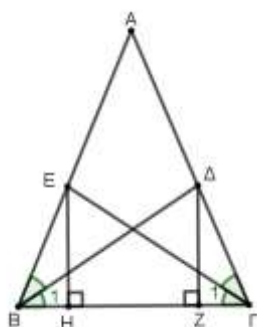


Τα τρίγωνα $B\Gamma\Delta$ και $\Gamma B E$ έχουν:

- $B\Gamma$ κοινή πλευρά
- $\widehat{B} = \widehat{\Gamma}$ γωνίες βάσης ισοσκελούς τριγώνου
- $\widehat{B}_1 = \frac{\widehat{B}}{2} = \frac{\widehat{\Gamma}}{2} = \widehat{\Gamma}_1$ ως μισά των ίσων γωνιών B και Γ του ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$.

Με βάση το κριτήριο ΓΠΓ τα τρίγωνα $B\Gamma\Delta$ και $\Gamma B E$ είναι ίσα.

β) Έστω EH και ΔZ οι κάθετες στην πλευρά $B\Gamma$.



Από το α) ερώτημα τα τρίγωνα $B\Gamma\Delta$ και $\Gamma B E$ είναι ίσα, άρα θα είναι ίσες και οι πλευρές τους BE και $\Gamma\Delta$ που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{\Gamma}_1$ και $\widehat{B}_1$ αντίστοιχα. (1)

Τα τρίγωνα EBH και $\Delta Z\Gamma$ έχουν:

- $\widehat{H} = \widehat{Z} = 90^\circ$ ($EH \perp B\Gamma$ και $\Delta Z \perp B\Gamma$)
- $\widehat{B} = \widehat{\Gamma}$ (γωνίες βάσης ισοσκελούς τριγώνου)
- $BE = \Gamma\Delta$ από (1)

Άρα είναι ίσα γιατί είναι ορθογώνια με ίσες υποτείνουσες και μία οξεία γωνία ίση. Οπότε είναι και $EH = \Delta Z$ ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{B}$ και $\widehat{\Gamma}$ αντίστοιχα.