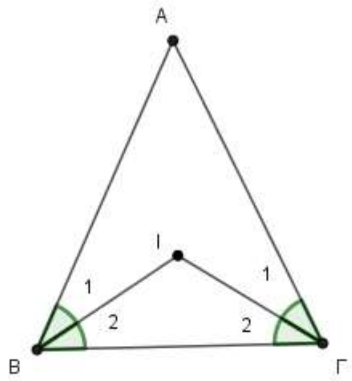
Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ και Ι το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών του Β και Γ.

α)



Αφού είναι ΒΙ διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\mathrm{B}}$ και ΓΙ διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\Gamma}$ τότε θα είναι

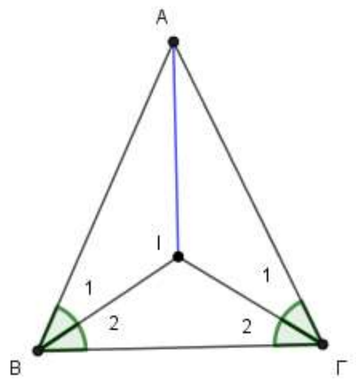
$\widehat{\mathrm{B}}_2 = \dfrac{\widehat{\mathrm{B}}}{2}$ (1) και $\widehat{\Gamma}_2 = \dfrac{\widehat{\Gamma}}{2}$ (2), αντίστοιχα.

Επειδή το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με βάση τη ΒΓ οι προσκείμενες στη βάση του γωνίες είναι ίσες, δηλαδή $\widehat{\mathrm{B}} = \widehat{\Gamma}$ (3)

Λόγω των σχέσεων (1), (2) και (3) θα είναι: $\widehat{\mathrm{B}}_2 = \dfrac{\widehat{\mathrm{B}}}{2} = \dfrac{\widehat{\Gamma}}{2} = \widehat{\Gamma}_2$

Άρα, το τρίγωνο ΒΙΓ έχει δύο γωνίες που πρόσκεινται στην πλευρά του ΒΓ ίσες, τις $\widehat{\mathrm{B}}_2$ και $\widehat{\Gamma}_2$, οπότε θα είναι ισοσκελές με βάση την πλευρά του ΒΓ.

β) Φέρνουμε το τμήμα ΑΙ.



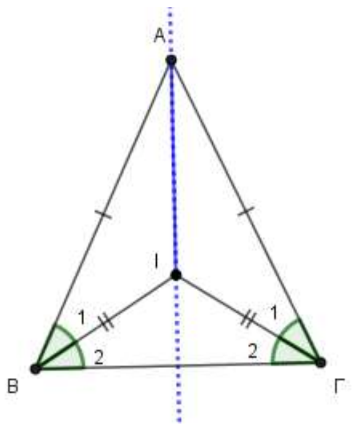
Τα τρίγωνα ΑΙΒ και ΑΙΓ έχουν:

- ΑΒ = ΑΓ ως πλευρές του ισοσκελούς ΑΒΓ της υπόθεσης.
- ΒΙ = ΙΓ, ως ίσες πλευρές του ισοσκελούς τριγώνου ΒΙΓ του α) ερωτήματος.

- $\widehat{B}_1 = \frac{\widehat{B}}{2} = \frac{\widehat{\Gamma}}{2} = \widehat{\Gamma}_1$ αφού ΒΙ και ΓΙ είναι διχοτόμοι των ίσων γωνιών της βάσης ΒΓ του ισοσκελούς τριγώνου ΒΙΓ του α) ερωτήματος.

Από το κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα ΑΙΒ και ΑΙΓ θα είναι ίσα, οπότε έχουν και $A\hat{I}B = A\hat{I}\Gamma$ ως γωνίες απέναντι από ίσες πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

γ)



Επειδή ΑΒ = ΑΓ από υπόθεση και ΒΙ = ΙΓ από α) ερώτημα, τα σημεία Ι και Α ισαπέχουν από τα Β και Γ άρα είναι σημεία της μεσοκαθέτου του τμήματος ΒΓ.

Άρα η ΑΙ είναι μεσοκάθετος του ΒΓ.