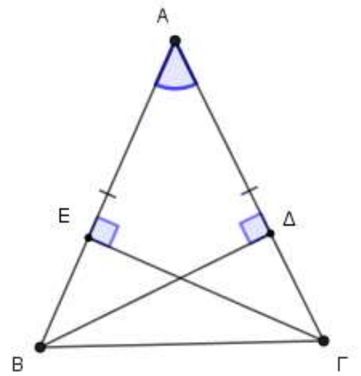
α) Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ και ΒΔ, ΓΕ τα ύψη του στις πλευρές ΑΓ, ΑΒ αντίστοιχα.

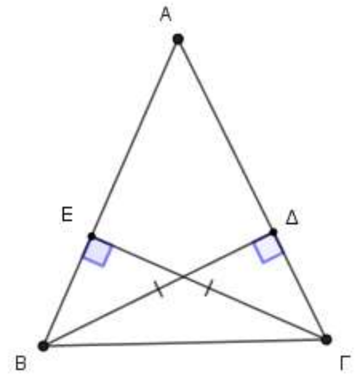


Τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΕΓ έχουν:

- $Α\widehat{Δ}Β = Α\widehat{Ε}Γ = 90^0$, γιατί ΒΔ και ΓΕ ύψη του τριγώνου ΑΒΓ από υπόθεση.
- ΑΒ=ΑΓ ως πλευρές του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ.
- $\widehat{Α}$ γωνία κοινή

Άρα τα τρίγωνα ΒΔΑ και ΓΕΑ είναι ίσα ως ορθογώνια που έχουν τις υποτείνουσές τους ίσες και μια οξεία γωνία ίση. Οπότε θα έχουν και τις πλευρές ΒΔ και ΕΓ ίσες που βρίσκονται απέναντι από την κοινή τους γωνία $\widehat{Α}$.

β) Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και ΒΔ, ΓΕ ύψη του στις πλευρές ΑΓ, ΑΒ αντίστοιχα τα οποία είναι ίσα.



Τα τρίγωνα ΒΕΓ και ΒΔΓ έχουν:

- $Β\widehat{Ε}Γ = Β\widehat{Δ}Γ = 90^0$, γιατί ΓΕ και ΒΔ ύψη του τριγώνου ΑΒΓ από υπόθεση.
- ΒΓ κοινή πλευρά
- ΒΔ = ΓΕ ως δεδομένο

Άρα τα τρίγωνα ΒΕΓ και ΒΔΓ είναι ίσα, ως ορθογώνια που έχουν τις κάθετες πλευρές τους ίσες μία προς μία. Οπότε, έχουν και $\widehat{Γ} = \widehat{Β}$ (1) ως απέναντι γωνίες των ίσων πλευρών ΒΔ και ΓΕ, αντίστοιχα. Οπότε, το τρίγωνο ΑΒΓ έχει δύο γωνίες του ίσες, τις $\widehat{\mathrm{B}}$ και $\widehat{\Gamma}$, άρα είναι ισοσκελές με ΑΒ = ΑΓ.