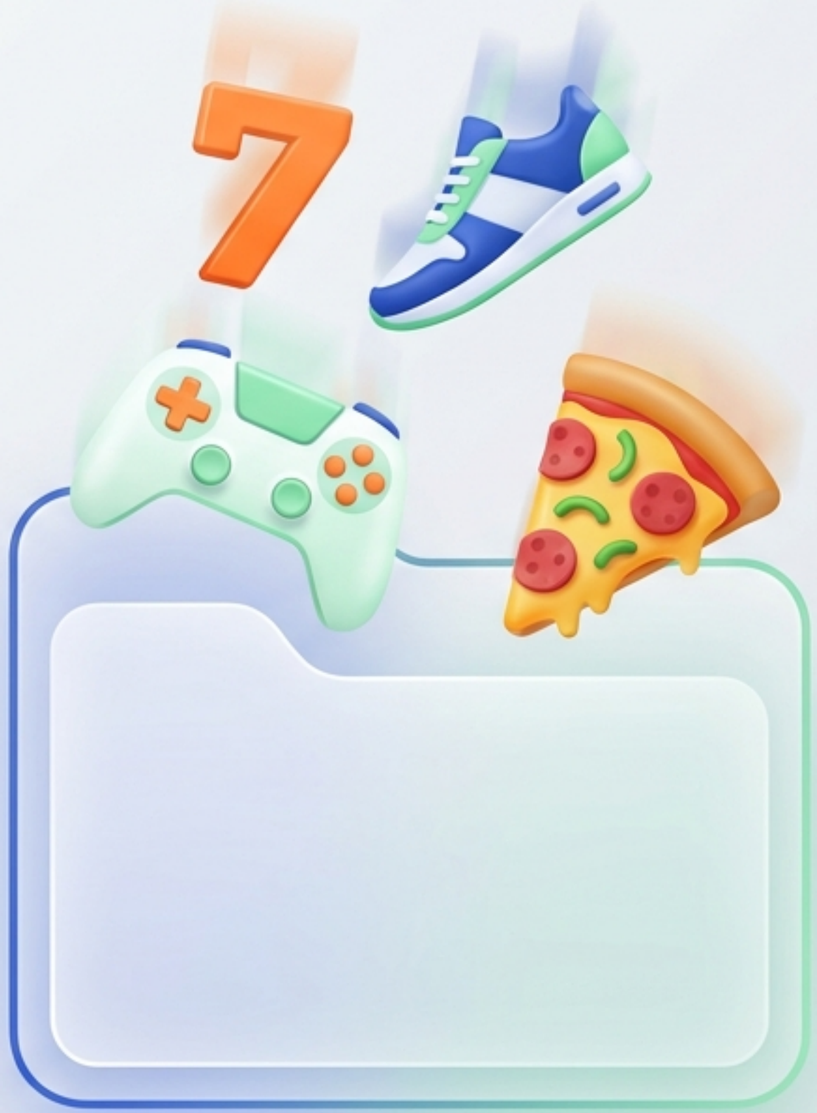
Άλγεβρα Α’ Λυκείου • Κεφάλαιο Ε2

Καλώς ήρθατε στον Κόσμο των ΣΥΝΟΛΩΝ!

Η **υπερδύναμη** του να βάζεις την απόλυτη τάξη στο ψηφιακό (και μαθηματικό) χάος.



Gemini Notebook

ΧΑΟΣ



ΣΥΝΟΛΟ



Τι είναι ένα Σύνολο;

- Ο εγκέφαλός μας λατρεύει να ομαδοποιεί πράγματα (π.χ. playlists στο Spotify).
- Στα μαθηματικά, αυτή η ομάδα λέγεται **Σύνολο**.
- Τα αντικείμενα μέσα σε αυτήν λέγονται **Στοιχεία**.

Cantor (Ο Πατέρας των Συνόλων):
Σύνολο είναι κάθε συλλογή αντικειμένων, που είναι καλά ορισμένα και διακρίνονται το ένα από το άλλο.

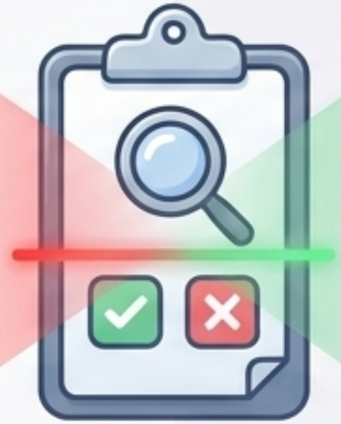
Gemini Notebook

Προσοχή! Ο Κανόνας του Καλώς Ορισμένου

Ένα σύνολο πρέπει να έχει απόλυτα ξεκάθαρους κανόνες. Πρέπει να αναγνωρίζουμε τα στοιχεία του με 100% σιγουριά.

Οι μεγάλοι αριθμοί

❌ **Όχι Σύνολο -**
Ο καθένας έχει άλλη άποψη!



Αριθμοί > 1.000.000

✅ **Σωστό Σύνολο -**
Ξεκάθαρος κανόνας!

Gemini Notebook

VIP Πάσο: Ποιος είναι στη λίστα;

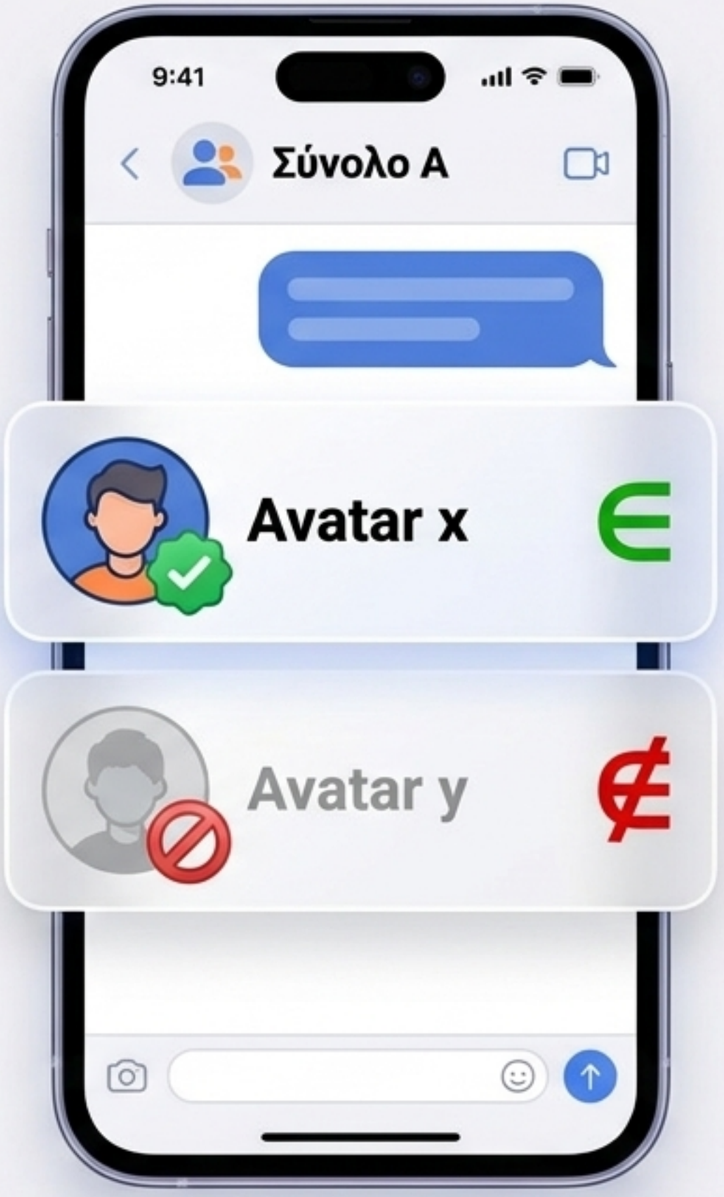
Συμβολίζουμε τα σύνολα με κεφαλαία γράμματα (Α, Β, Γ) και τα στοιχεία με μικρά (x, y, z).

- Αν το x ανήκει στο Α, έχει **VIP πάσο**:

$$x \in A$$ ✅

- Αν το y **ΔΕΝ** ανήκει στο Α, τρώει πόρτα:

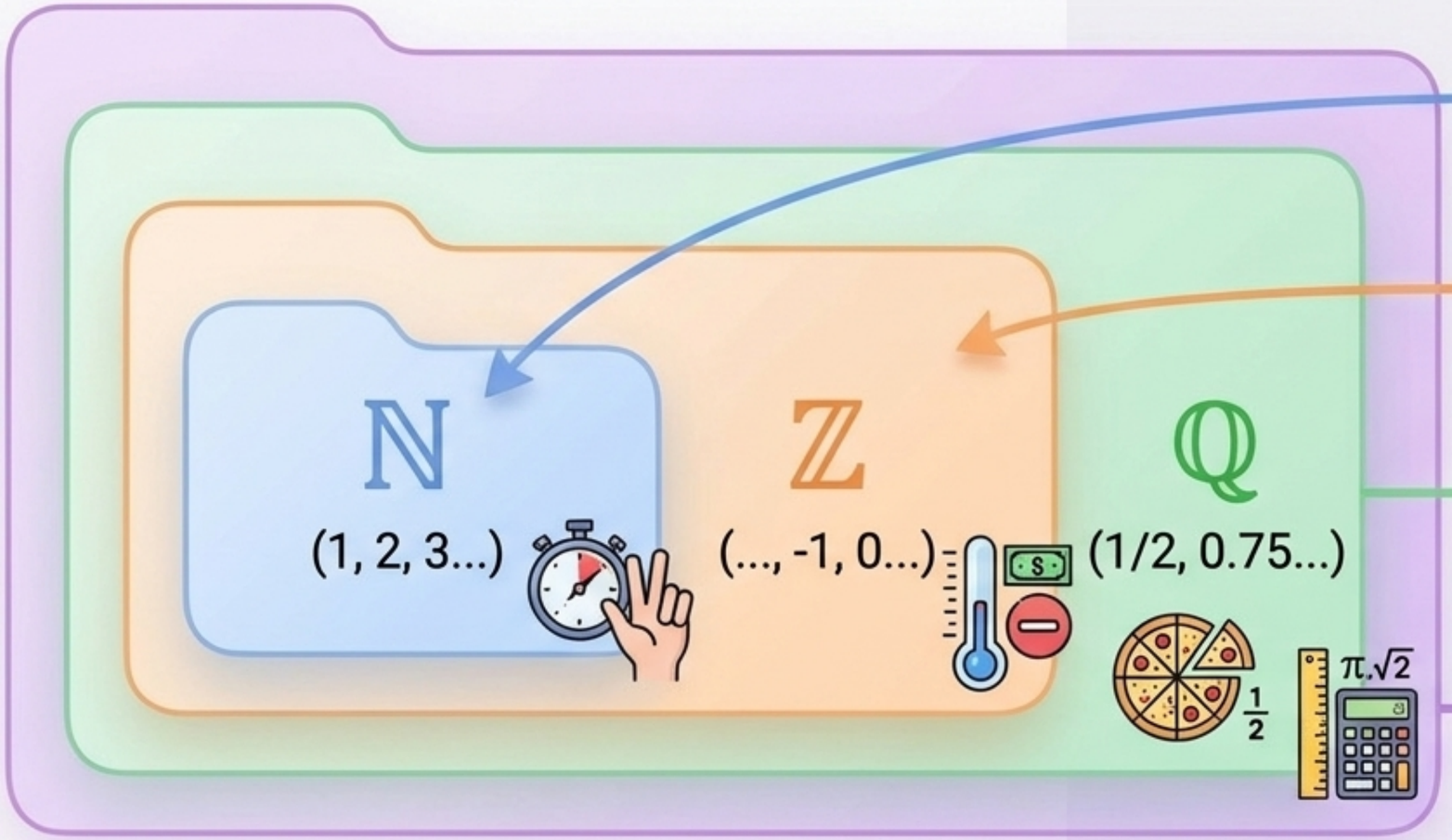
$$y \notin A$$ ❌



Gemini Notebook

Το Hall of Fame των Αριθμών

Τα διάσημα σύνολα της Άλγεβρας:



Φυσικοί (για μέτρηση)

Ακέραιοι (μαζί με τα αρνητικά)

Ρητοί
(Κλάσματα και δεκαδικοί)

Πραγματικοί
(Όλοι οι αριθμοί!)

Gemini Notebook

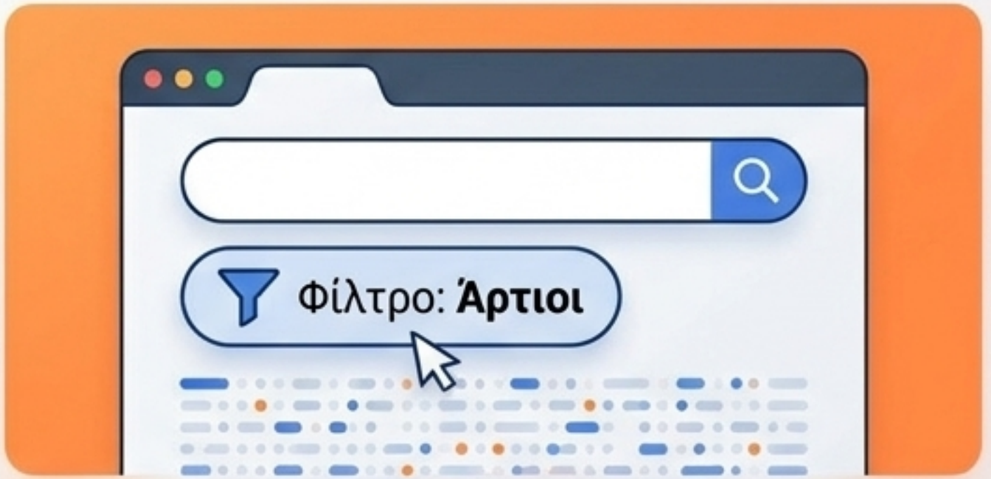
Δύο Τρόποι να Δείξεις τη Συλλογή σου



1. Με Αναγραφή (Η Βιτρίνα)

Δείχνεις ΟΛΑ τα στοιχεία ένα-ένα.

Παράδειγμα: $A = \{2, 4, 6\}$



2. Με Περιγραφή (Το Φίλτρο)

Βάζεις έναν κανόνα. Ιδανικό για τεράστια ή άπειρα σύνολα!

Παράδειγμα: $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ είναι άρτιος}\}$

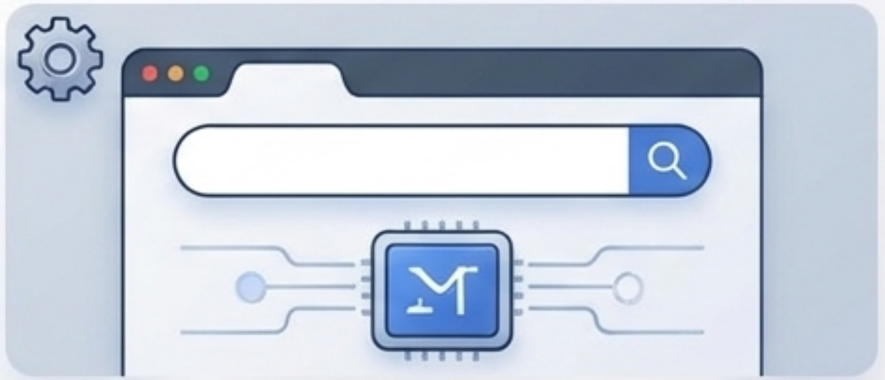
Gemini Notebook

Κλώνοι: Πότε δύο σύνολα είναι ΙΣΑ; (A = B)

Δύο σύνολα είναι ίσα, όταν έχουν ακριβώς τα ίδια στοιχεία.

$$A = \{1, 2\}$$

=



$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid (x - 1)(x - 2) = 0\}$$

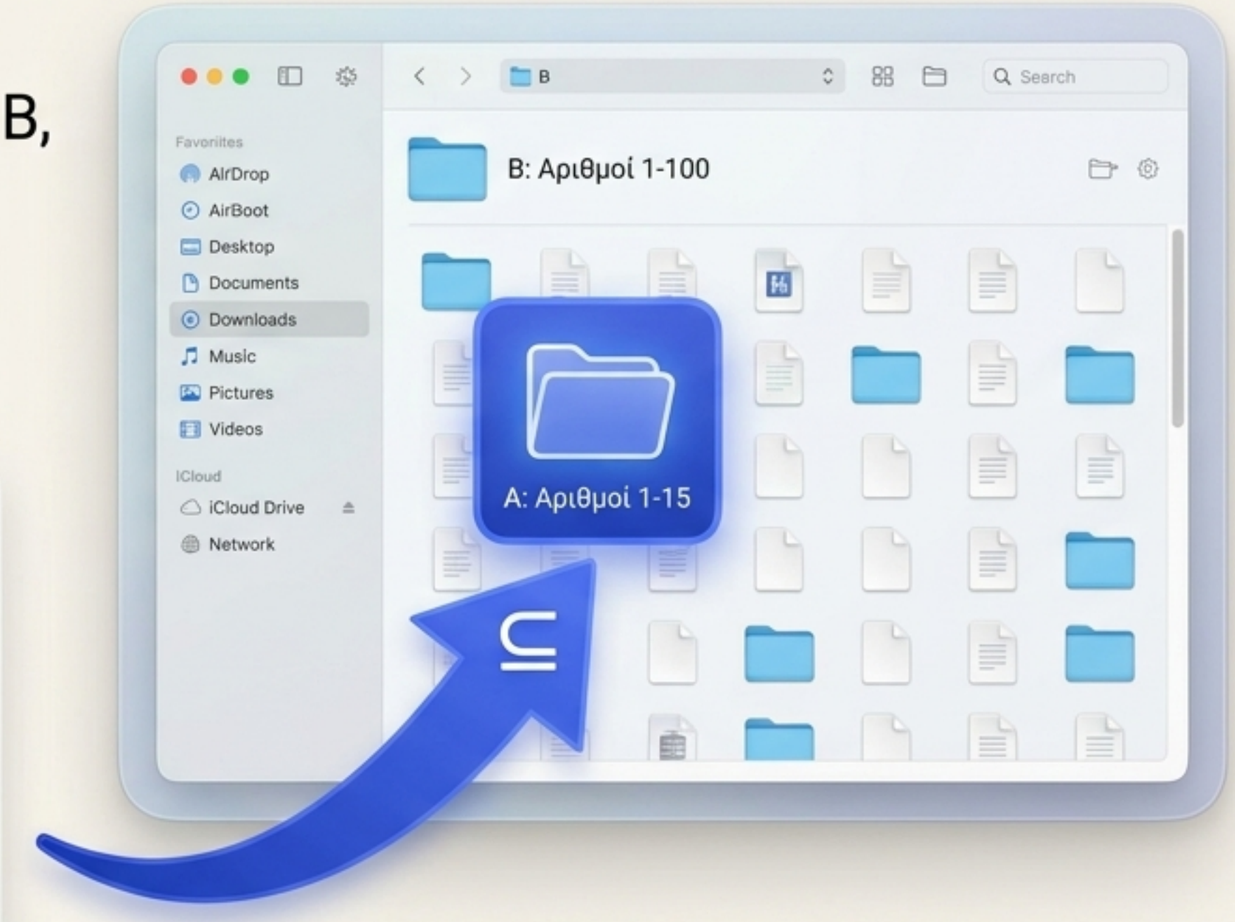
1 2

Μυστικό: Η σειρά δεν παίζει ρόλο. Το **{1, 2}** είναι το ίδιο με το **{2, 1}**.

Gemini Notebook

Υποσύνολα: Ο κόσμος μέσα στον κόσμο (⊆)

Αν κάθε στοιχείο του Α υπάρχει ΚΑΙ στο Β, τότε το Α είναι **υποσύνολο** του Β.
Συμβολίζεται: **Α ⊆ Β**



Οι 3 Χρυσοί Κανόνες:

1. Κάθε σύνολο είναι υποσύνολο του εαυτού του (Α ⊆ Α).
2. Αν Α ⊆ Β και Β ⊆ Γ, τότε Α ⊆ Γ.
3. Αν Α ⊆ Β ΚΑΙ Β ⊆ Α, τότε Α = Β.

Gemini Notebook

Ο Αόρατος Ninja: Το Κενό Σύνολο (∅)

Τι γίνεται αν ψάξουμε για στοιχεία στο:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = -1\};$$

Κανένας αριθμός στο τετράγωνο δεν κάνει -1!

Το σύνολο είναι εντελώς άδειο. Ονομάζεται **Κενό Σύνολο** και συμβολίζεται με ∅ ή {}.

∅ {}



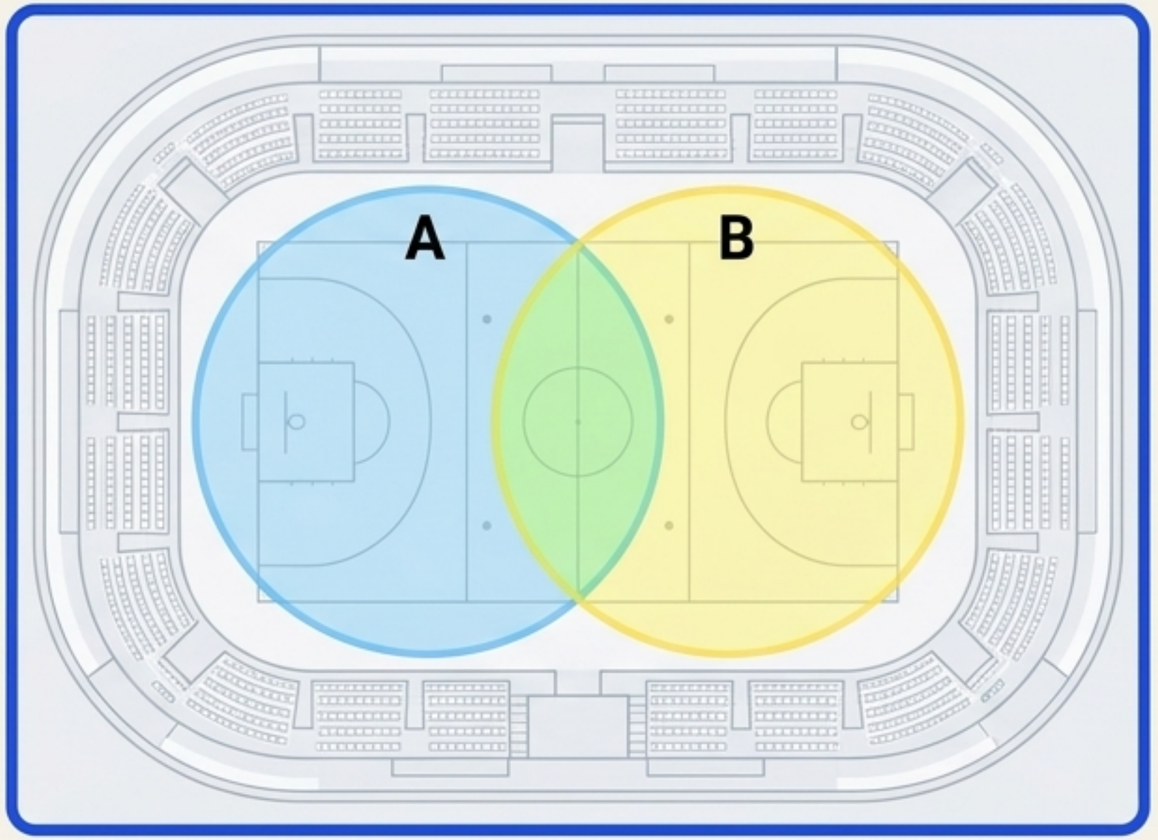
Super Rule: Το κενό σύνολο είναι ο αόρατος ninja. Θεωρείται υποσύνολο κάθε συνόλου!

Gemini Notebook

Η Αρένα: Διαγράμματα Venn

Μερικές φορές, είναι καλύτερο να οπτικοποιούμε τα σύνολα με γεωμετρικά σχήματα.

- **Βασικό Σύνολο (Ω):** Το γήπεδο (το ορθογώνιο). Περιέχει τα πάντα για τη συγκεκριμένη άσκηση.



Ω (Βασικό Σύνολο)

- **Υποσύνολα (A, B):** Οι κλειστές καμπύλες (κύκλοι) μέσα στο γήπεδο. Όλα παίζονται εδώ μέσα!

Gemini Notebook

Πράξη 1: Η ΕΝΩΣΗ (A ∪ B)

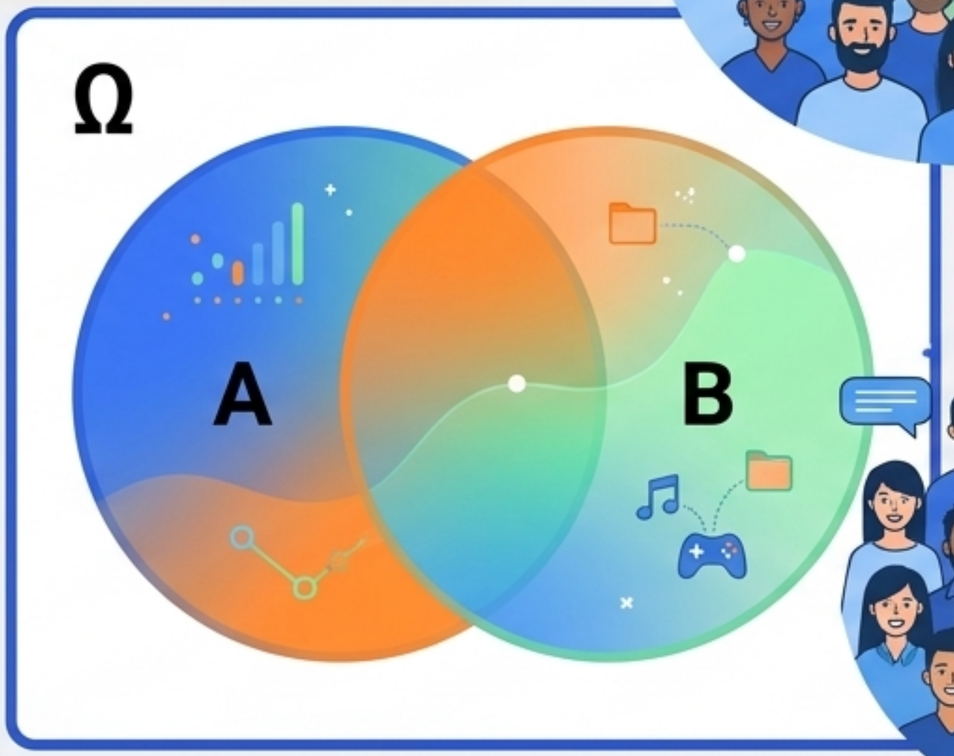
Σύνθημα: Ή εσύ, ή εγώ, ή και οι δύο μαζί!



Η **Ένωση** μαζεύει τα στοιχεία που ανήκουν στο **A** Ή στο **B** (ή και στα δύο).

Φέρνει τις δύο ομάδες μαζί σε ένα τεράστιο, κοινό σύνολο.

$$A \cup B = \{x \in \Omega \mid x \in A \text{ ή } x \in B\}$$





Gemini Notebook

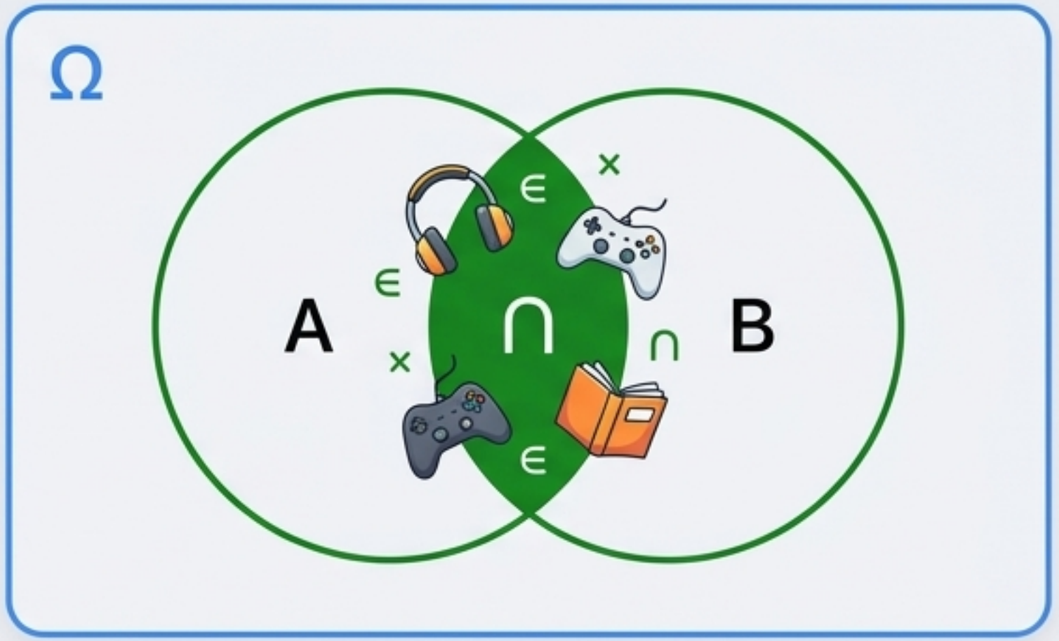
Πράξη 2: Η ΤΟΜΗ (A ∩ B)

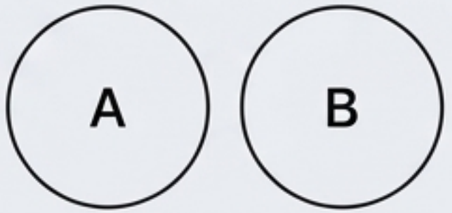
> **Σύνθημα: Τι κοινό έχουμε;**

Η **Τομή** κρατάει ΜΟΝΟ τα στοιχεία που ανήκουν ταυτόχρονα ΚΑΙ στο Α ΚΑΙ στο Β.

$$A \cap B = \{x \in \Omega \mid x \in A \text{ και } x \in B\}$$

SOS: Αν τα σύνολα δεν έχουν κανένα κοινό στοιχείο ($A \cap B = \emptyset$), τότε λέγονται **Ξένα** μεταξύ τους.





Ξένα Σύνολα

Gemini Notebook

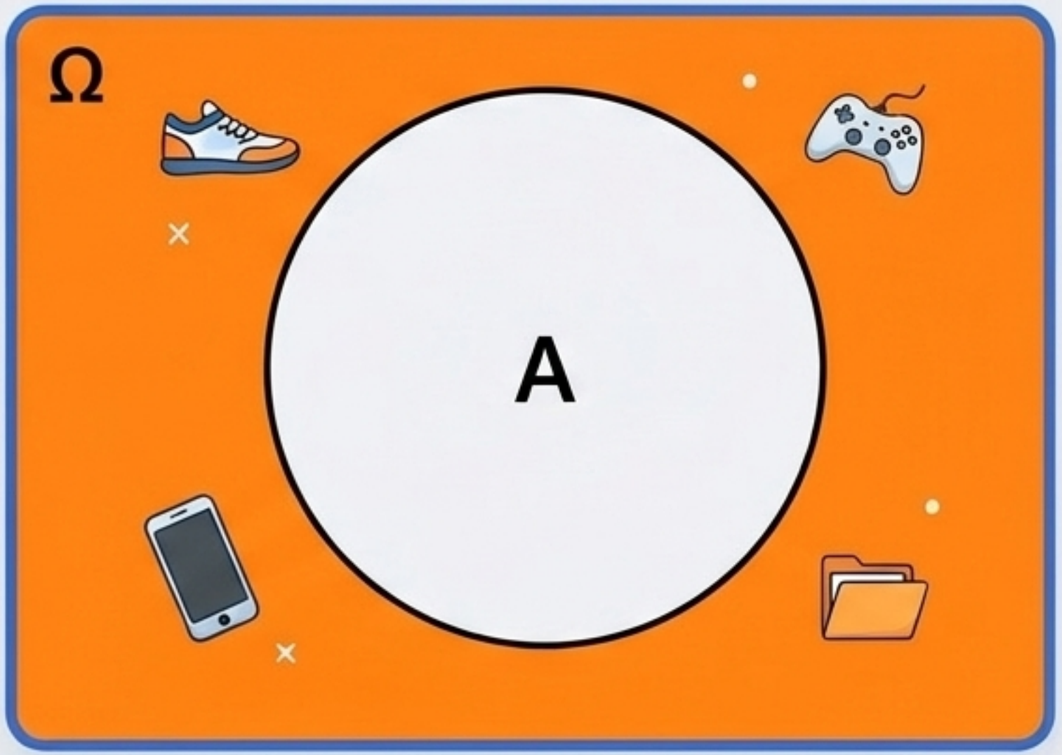
Πράξη 3: ΤΟ ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ (Α')

> **Σύνθημα: Όλοι οι υπόλοιποι!**

Το **συμπλήρωμα** του Α είναι όλα τα στοιχεία του βασικού συνόλου (Ω) που ΔΕΝ ανήκουν στο Α.

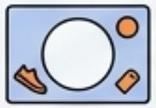
Είναι οι **Outsiders**.

$$A' = \{x \in \Omega \mid x \notin A\}$$



Gemini Notebook

Το Απόλυτο Σκονάκι (Master Cheat-Sheet)

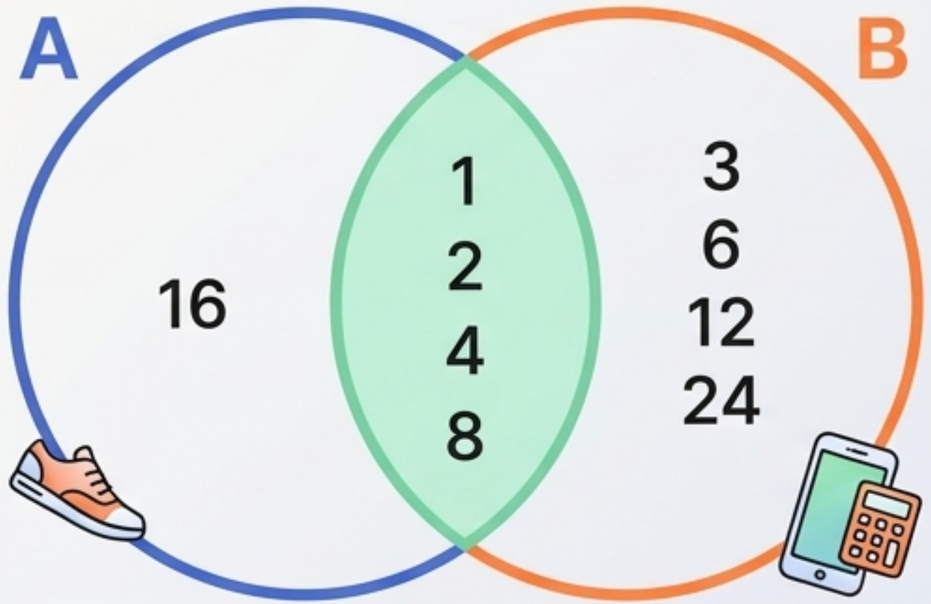
Σύμβολο	Πώς Διαβάζεται	Τι Σημαίνει;
$\in$	Ανήκει	 Το στοιχείο έχει VIP πάσο για το σύνολο
$\subseteq$	Υποσύνολο	 Είναι φάκελος μέσα σε μεγαλύτερο φάκελο
$\varnothing$	Κενό Σύνολο	 Ο αόρατος ninja. Δεν περιέχει τίποτα.
$\cup$	Ένωση	 Μάζεψέ τα όλα μαζί (Ή)
$\cap$	Τομή	 Βρες μόνο τα κοινά στοιχεία (ΚΑΙ)
A'	Συμπλήρωμα	 Ό,τι έμεινε απ' έξω στον βασικό χώρο

Gemini Notebook

Ώρα για Boss Fight! Μπορείς να τα βρεις;

A = {1, 2, 4, 8, 16} (Διαιρέτες του 16)
B = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24} (Διαιρέτες του 24)

1. Ποια είναι η Ένωση (A ∪ B);
   - Απάντηση: {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24}
2. Ποια είναι η Τομή (A ∩ B);
   - Απάντηση: {1, 2, 4, 8}
3. Το 16 ανήκει στην Τομή;
   - Απάντηση: Όχι (16 ∉ A ∩ B)



Gemini Notebook