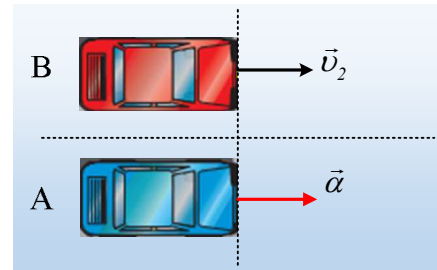


Η απόσταση και η μέγιστη απόσταση δύο αυτοκινήτων

Ένα αυτοκίνητο Α βρίσκεται ακίνητο μπροστά από ένα φανάρι που έχει ανάψει «κόκκινο», σε ένα ευθύγραμμο δρόμο. Τη στιγμή $t=0$ που το φανάρι γίνεται «πράσινο», ένα δεύτερο αυτοκίνητο Β περνά ακριβώς δίπλα του, κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $v_2=20\text{m/s}$, ενώ το Α αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a=2\text{m/s}^2$.



- i) Να υπολογιστεί η απόσταση d_1 μεταξύ των δύο αυτοκινήτων τη χρονική στιγμή $t_1=6\text{s}$;
- ii) Μπορείτε να προβλέψετε αν η απόσταση μεταξύ των δύο αυτοκινήτων θα έχει αυξηθεί ($d_2 > d_1$) τη χρονική στιγμή $t_2=7\text{s}$, χωρίς να προβείτε στον υπολογισμό της νέας απόστασης;
- iii) Ποια είναι η μέγιστη απόσταση μεταξύ των δύο αυτοκινήτων, μέχρι τη στιγμή που θα βρεθούν το ένα δίπλα στο άλλο.
- iv) Ποια χρονική στιγμή το Α αυτοκίνητο θα προφτάσει το Β και σε πόση απόσταση από το φανάρι; Ποια η ταχύτητα του Α αυτοκινήτου τη στιγμή αυτή;
- v) Να γίνει η γραφική παράσταση της απόστασης μεταξύ των δύο αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο μέχρι την στιγμή που το Α φτάνει το Β.

Απάντηση

Θεωρώντας την αρχική θέση του αυτοκινήτου Α, ως αρχή ($x=0$) ενός προσανατολισμένου άξονα, γράφουμε τις εξισώσεις ταχύτητας και θέσης για τα δύο οχήματα:

Α	Β
$v_A = at \quad (1)$	$v_B = v_2 \quad (3)$
$x_A = \frac{1}{2} a t^2 \quad (2)$	$x_B = v_2 t \quad (4)$

- i) Με αντικατάσταση στις σχέσεις (2) και (4) $t=t_1$ βρίσκουμε τις θέσεις των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή t_1 :

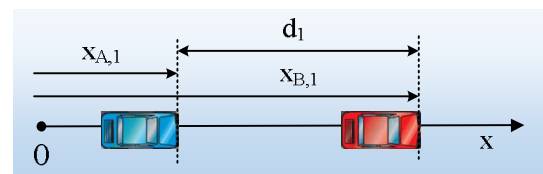
$$x_{A,1} = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 6^2 \text{m} = 36\text{m}$$

$$x_{B,1} = v_2 t = 20 \cdot 6 \text{m} = 120\text{m}$$

Οπότε και με βάση το σχήμα, η απόσταση μεταξύ των δύο αυτοκινήτων, είναι:

$$d_1 = x_{B,1} - x_{A,1} = 120\text{m} - 36\text{m} = 84\text{m}$$

- ii) Τη στιγμή $t_1=6\text{s}$, το Α αυτοκίνητο έχει ταχύτητα $v_{A1} = at = 2 \cdot 6 \text{ m/s} = 12 \text{ m/s}$, μικρότερη από την ταχύτητα του Β αυτοκινήτου και θα παραμείνει μικρότερη, μέχρι και την στιγμή $t_2=7\text{s}$ ($v_A=14\text{m/s}$).



Πράγμα που σημαίνει ότι το Β αυτοκίνητο κινούμενο πιο γρήγορα απομακρύνεται από το Α και η απόσταση μεταξύ τους αυξάνεται.

- iii) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα, για όσο χρόνο $v_B > v_A$ το Β αυτοκίνητο απομακρύνεται από το Α και η μεταξύ τους απόσταση αυξάνεται. Αντίθετα όταν $v_B < v_A$, το Α αυτοκίνητο θα πλησιάζει το Β και η απόσταση μεταξύ τους θα μειώνεται. Άρα η μέγιστη απόσταση θα είναι μια στιγμή t_3 , όπου θα εξισωθούν οι ταχύτητες των δύο αυτοκινήτων:

$$v_A = v_B \rightarrow at_3 = v_B \rightarrow t_3 = \frac{v_B}{a} = \frac{20}{2} s = 10s$$

Τη στιγμή αυτή τα δυο αυτοκίνητα βρίσκονται στις θέσεις:

$$x_{A,3} = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 10^2 m = 100m$$

$$x_{B,3} = v_2 t = 20 \cdot 10m = 200m$$

Οπότε η μέγιστη απόσταση μεταξύ τους θα είναι ίση:

$$D_{max} = x_{B,3} - x_{A,3} = 200m - 100m = 100m$$

- iv) Τη στιγμή t_4 που το Α αυτοκίνητο θα φτάσει το Β, θα έχουμε $x_A = x_B$, οπότε:

$$x_A = x_B \rightarrow \frac{1}{2} a t^2 = v_2 t \rightarrow t \left(\frac{1}{2} a t - v_2 \right) = 0 \rightarrow$$

$$t=0 \text{ (η αρχική θέση) και } t = t_4 = \frac{2v_2}{a} = \frac{2 \cdot 20}{2} s = 20s \rightarrow$$

$$x_{A,4} = x_{B,4} = v_2 t_4 = 20 \cdot 20m = 400m \text{ και}$$

$$v_{A,4} = at_4 = 2 \cdot 20 m/s = 40 m/s$$

- v) Με βάση τα παραπάνω η απόσταση μεταξύ των δύο αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$d = x_B - x_A = v_2 t - \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{(S.I.)} d = 20t - t^2 \text{ (μονάδες στο S.I.)}$$

Η παραπάνω συνάρτηση είναι δευτέρου βαθμού και η μορφή της γραφικής παράστασης θα είναι μια παραβολή. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι παραπάνω τιμές (d-t) και δίπλα η ζητούμενη γραφική παράσταση.

t(s)	d(m)
0	0
6	84
10	100
20	0

