

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

1. Για ποιες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ η εξίσωση $(\alpha - 3)x^2 - 2\alpha x + 6\alpha = 0$ έχει δυο διαφορετικές θετικές ρίζες;
2. Για ποιες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ οι εξισώσεις $4x^2 - 2\alpha x = \alpha + \frac{3}{4}$ και $4x^2 = 4\alpha\sqrt{2}x + 3\alpha$ έχουν το ίδιο πλήθος ριζών.
3. Για ποιες τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$ η ανίσωση $2x^2 + \kappa x + \frac{1}{16}(2 - 3\kappa) > 0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
4. Να βρείτε όλες τις τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η ανίσωση $(x - 2\alpha + 3)(x - 2 + 3\alpha) < 0$ αληθεύει για $x \in [2, 3]$.
5. Δίνεται η εξίσωση $-x^2 + (2\lambda - 1)x + \lambda^2 + \lambda + 1 = 0$. Να αποδειχθεί ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση έχει πραγματικές και άνισες ρίζες (x_1, x_2) . Στη συνέχεια να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει: $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1 x_2 \geq 0$
6. Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $2x^2 - 2(2\lambda + 1)x + \lambda(\lambda - 1) = 0$ να έχει δυο διαφορετικές ρίζες x_1, x_2 με $x_1 x_2 - \lambda(x_1 + x_2) + \lambda^2 < 0$
7. 36658ΘΕΜΑ 4
Μια μικρή μεταλλική σφαίρα εκτοξεύεται κατακόρυφα από το έδαφος. Το ύψος y (σε cm) στο οποίο θα βρεθεί η σφαίρα τη χρονική στιγμή t (σε sec) μετά την εκτόξευση, δίνεται από τη σχέση: $y = 60t - 5t^2$.
 - α) Μετά πόσο χρόνο η σφαίρα θα επανέλθει στο έδαφος; (Μονάδες 8)
 - β) Ποιες χρονικές στιγμές η σφαίρα θα βρεθεί σε ύψος $y = 175\text{m}$; (Μον 8)
 - γ) Να βρείτε το χρονικό διάστημα στη διάρκεια του οποίου η σφαίρα βρίσκεται σε ύψος μεγαλύτερο από 100m.
8. 36670 ΘΕΜΑ 4
Δίνονται οι ανισώσεις $|x + 1| \leq 2$ και $x^2 - x - 2 > 0$.
 - α) Να λύσετε τις ανισώσεις. (Μονάδες 10)
 - β) Να δείξετε ότι οι ανισώσεις συναληθεύουν για $x \in [-3, -1)$. (Μον5)

γ) Αν οι αριθμοί ρ_1 και ρ_2 ανήκουν στο σύνολο των κοινών λύσεων των δυο ανισώσεων, να δείξετε ότι: $\rho_1 - \rho_2 \in (-2, 2)$. (Μονάδες 10)

9. 33890 ΘΕΜΑ 4

α) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 + 1 \geq \frac{5}{2}x$ (1). (Μονάδες 10)

β) Δίνονται δύο αριθμοί κ, λ οι οποίοι είναι λύσεις της ανίσωσης (1) και ικανοποιούν επιπλέον τη σχέση $(\lambda - 1)(\kappa - 1) < 0$.

i. Να δείξετε ότι το 1 είναι μεταξύ των αριθμών κ, λ . (Μον 8)

ii. Να δείξετε ότι $|\kappa - \lambda| \geq \frac{3}{2}$. (Μον 7)

10.