

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

1. Να υπολογίσετε τις ρίζες.

i.  $\sqrt{36}$

ii.  $\sqrt{121}$

iii.  $\sqrt{256}$

iv.  $\sqrt{1600}$

2. Να υπολογίσετε τις ρίζες.

i.  $\sqrt{8^2}$

ii.  $\sqrt{(-7)^2}$

iii.  $\sqrt{(3-\pi)^2}$

iv.  $\sqrt{(x-3)^2}$

3. Να υπολογίσετε.

i.  $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$

ii.  $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{5}}$

iii.  $\frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{72}}{\sqrt{7}}$

iv.  $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{125}}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{27}}$

4. Να υπολογίσετε.

i.  $3\sqrt{75} + 5\sqrt{48} - \sqrt{27}$

ii.  $2\sqrt{32} + 3\sqrt{128} - 3\sqrt{72}$

iii.  $(\sqrt{20} + \sqrt{45}) \cdot (\sqrt{80} - \sqrt{5})$

iv.  $\sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}}$

5. Να υπολογίσετε.

i.  $(\sqrt{6} - \sqrt{7})^2 + (\sqrt{6} + \sqrt{7})^2$

ii.  $3\sqrt{75} + 5\sqrt{48} - \sqrt{27}$

iii.  $\sqrt{\sqrt{7} - \sqrt{6}} \sqrt{\sqrt{7} + \sqrt{6}}$

iv.  $(\sqrt{2} - 1)^2 \cdot (2\sqrt{2} + 3)$

6. Να αποδείξετε ότι:

i.  $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})(\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$  με  $\alpha, \beta \geq 0$

ii.  $(2\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})^2 - 3(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}) = (\sqrt{\alpha} - 2\sqrt{\beta})^2$  με  $\alpha, \beta \geq 0$

iii.  $\sqrt{\frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 3}}{2}} + \sqrt{\frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 3}}{2}} = \sqrt{\alpha + \sqrt{3}}$  με  $\alpha \geq \sqrt{3}$

iv. Αν  $\alpha, \beta \geq 0$  και  $\alpha - \beta = 1$  να αποδείξετε ότι:

$$\sqrt{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}} + \sqrt{\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}} = \sqrt{2 + 2\sqrt{\alpha}}$$

7. Για τους μη αρνητικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$  να αποδείξετε ότι:

i.  $\sqrt{4\alpha + 9\beta} \leq 2\sqrt{\alpha} + 3\sqrt{\beta}$

$$\begin{aligned} \text{ii. } & \frac{(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})^2}{2} \leq \alpha + \beta \\ \text{iii. } & \sqrt{(\alpha+2)(\beta+3)} \leq \sqrt{3\alpha} + \sqrt{2\beta} \\ \text{iv. } & \frac{8\alpha\beta}{\alpha+2\beta} \leq \sqrt{8\alpha\beta} \leq \alpha+2\beta \end{aligned}$$

8. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $x \in \mathbb{R}$  ορίζονται οι παραστάσεις:

$$\begin{aligned} \text{i. } & A = \sqrt{2-3x} & \text{iii. } & \Gamma = \sqrt{x+3} + \sqrt{7-2x} \\ \text{ii. } & B = \frac{2}{\sqrt{2x+7}} & \text{iv. } & \Delta = \sqrt{x+1} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \end{aligned}$$

9. Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$\begin{aligned} \text{i. } & A = \sqrt{64x^2} + \sqrt{9x^2} - \sqrt{81x^2} & \text{με } x < 0. \\ \text{ii. } & B = \sqrt{4(x-1)^2} + \sqrt{9(x-1)^2} & \text{με } x \in \mathbb{R}. \\ \text{iii. } & \Gamma = \sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x^2-10x+25} & \text{με } 1 \leq x \leq 5. \\ \text{iv. } & \Gamma = \sqrt{x^2-6x+9} + \sqrt{x^2+6x+9} & \text{με } |x| \leq 3. \end{aligned}$$

10. Να μετατραπούν τα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή.

$$\begin{aligned} \text{i. } & \frac{2}{\sqrt{3}-1} & \text{iii. } & \frac{\sqrt{3}+3\sqrt{27}}{\sqrt{3}-3\sqrt{27}} \\ \text{ii. } & \frac{5}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} & \text{iv. } & \frac{5}{4\sqrt{3}-5\sqrt{7}} \end{aligned}$$



11. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\begin{aligned} \text{i. } & A = \sqrt{7^3 \sqrt{7}} & \text{iii. } & \Gamma = \sqrt[3]{\sqrt{7}} \sqrt[6]{7^5} \\ \text{ii. } & B = \sqrt[3]{\sqrt{2}} \sqrt[6]{3} & \text{iv. } & \Delta = \frac{\sqrt[5]{\sqrt{3^{15}}}}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

12. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις με  $\alpha, \beta \geq 0$ :

$$\begin{aligned} \text{i. } & A = \sqrt{\alpha \cdot \beta^4} & \text{iii. } & \Gamma = \sqrt[3]{\sqrt{\alpha^7}} \cdot \sqrt[6]{\alpha^5} \\ \text{ii. } & B = \sqrt[6]{\alpha^4 \beta^3} & \text{iv. } & \Delta = \sqrt[10]{\alpha^3 \beta^9} \cdot \sqrt[5]{\alpha^7 \beta^{11}} \end{aligned}$$

13. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

i.  $A = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2}$

iii.  $\Gamma = \sqrt[4]{(\sqrt{5}-1)^2} \cdot \sqrt[6]{(\sqrt{5}+1)^3}$

ii.  $B = \sqrt[3]{5^2} \cdot \sqrt[4]{5^6} \cdot \sqrt[12]{5^7}$

iv.  $\Delta = \sqrt{\frac{2^{43} + 4^{21} + 8^{13}}{4^{19} + 2^{35}}}$

14. Να γράψετε τις παραστάσεις σε μια ρίζα:

i.  $A = \sqrt{2\sqrt[3]{2}}$

iii.  $\Gamma = \sqrt[3]{a^4 \cdot \sqrt[5]{a} \cdot \sqrt{a^3}}$

ii.  $B = \sqrt[3]{\sqrt[4]{a^4} \cdot \sqrt[4]{a^7}}$

iv.  $\Delta = \sqrt{a^3 \cdot \sqrt[4]{\beta^2} \cdot \sqrt[3]{\beta^2 a^4}}$

15. Δίνονται οι αριθμοί:  $\alpha = \sqrt[5]{3^4 \sqrt[3]{3\sqrt{3}}} \cdot \sqrt[10]{3}$  και  $\beta = \frac{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{5^2} \cdot \sqrt[6]{5^4}}{\sqrt{5}}$ .

i. Να βρείτε τους αριθμούς  $\alpha, \beta$

ii. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

a.  $A = \frac{1}{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}$

b.  $B = \frac{1}{\sqrt[\beta]{\alpha} \cdot \sqrt[\alpha]{\beta}}$

16. Δίνεται η παράσταση  $A = \sqrt[5]{6\sqrt{6^2}} \cdot \sqrt[6]{4\sqrt{6^9}} \cdot \sqrt[3]{10\sqrt[4]{6^{19}}}$ .

i. Να απλοποιήσετε την παράσταση A.

ii. Να μετατρέψετε το κλάσμα  $\frac{1}{A}$  σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.

17. .