

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

- Τι είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα AB;
- Πώς ονομάζονται τα σημεία A και B;

1ος ορισμός : Είναι η «ίσια» γραμμή που ενώνει τα δύο σημεία A και B.

2ος ορισμός : Είναι μια «ίσια» γραμμή, που έχει αρχή και τέλος.

Τα σημεία A και B ονομάζονται **άκρα** του ευθύγραμμου τμήματος.

- Τι ονομάζεται μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος AB;

Ονομάζεται η **απόσταση** των δύο άκρων του.

- Τι ονομάζεται μέσο ενός ευθύγραμμου τμήματος AB;

Ονομάζεται ένα **σημείο** M το οποίο χωρίζει το AB σε δύο ίσα τμήματα.

- Τι είναι μια ευθεία (ε);

1ος ορισμός : Είναι η γραμμή που προκύπτει αν προεκτείνουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα **απεριόριστα** και από τα δύο άκρα.

2ος ορισμός : Είναι μια «ίσια» γραμμή που δεν έχει ούτε αρχή, ούτε τέλος.

- Πόσες ευθείες διέρχονται από ένα σημείο;
- Πόσες ευθείες διέρχονται από δύο σημεία;

Από ένα σημείο διέρχονται **άπειρες** ευθείες.

Από δύο σημεία διέρχεται μονάχα **μία** ευθεία.

➤ **Τι είναι μια ημιευθεία;**

1^{ος} ορισμός : Ημιευθεία λέγεται καθένα από τα δύο μέρη στα οποία χωρίζεται μια ευθεία, από οποιοδήποτε σημείο της.

2^{ος} ορισμός : Ημιευθεία λέγεται μια «ίσια» γραμμή που έχει αρχή αλλά δεν έχει τέλος.

➤ **Ποιες ημιευθείες ονομάζονται αντικείμενες;**

Οι δύο ημιευθείες στις οποίες χωρίζεται μια ευθεία, από ένα σημείο της, ονομάζονται αντικείμενες.

➤ **Τι είναι ένα επίπεδο;**

1^{ος} ορισμός : Είναι μια επιφάνεια πάνω στην οποία εφαρμόζει ακριβώς μια ευθεία γραμμή.

2^{ος} ορισμός : Είναι μια «λεία» επιφάνεια η οποία προεκτείνεται απεριόριστα, προς όλες τις διευθύνσεις.

➤ **Τι είναι ένα ημιεπίπεδο;**

Καθένα από τα δύο μέρη στα οποία χωρίζεται ένα επίπεδο, από μια ευθεία, ονομάζεται ημιεπίπεδο.

➤ **Τι είναι μια γωνία;**

Καθένα από τα δύο μέρη, στα οποία χωρίζεται ένα επίπεδο από δύο ημιευθείες του με κοινή αρχή.

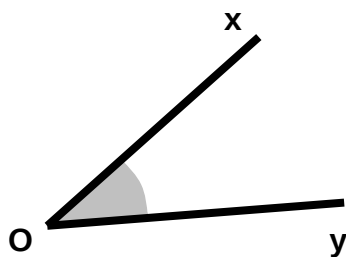
➤ **Ποια γωνία λέγεται «κυρτή» και ποια «μη κυρτή»;**

Το **μικρότερο** μέρος του επιπέδου που ορίζει μια γωνία λέγεται **κυρτή** γωνία. Το **μεγαλύτερο** μέρος, αντίστοιχα, **μη κυρτή**.

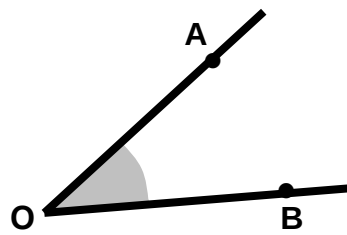
➤ **Ποια είναι τα «μέρη» απ' τα οποία αποτελείται μια γωνία;**

Αποτελείται από δύο ημιευθείες με κοινή αρχή που λέγονται **πλευρές** και η κοινή του αρχή **κορυφή** της γωνίας.

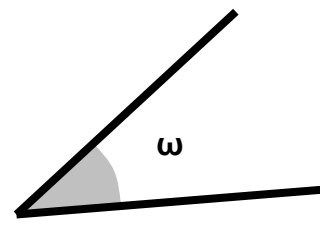
- Να σχεδιάσετε μια δική σας γωνία και να την ονομάσετε με 3, τουλάχιστον, διαφορετικούς τρόπους.



Γωνία $x\hat{O}y$ ή $y\hat{O}x$
ή απλά $\hat{O}$

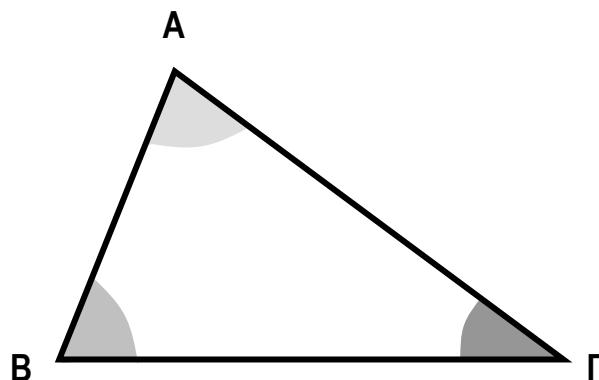


Γωνία $A\hat{O}B$ ή $B\hat{O}A$



Γωνία $\hat{\omega}$

- Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ επιλέξτε τυχαία μια πλευρά. Εξηγήστε τις έννοιες της «απέναντι» και της «προσκειμένης» γωνίας.



Προσκειμένη λέγεται, με απλά λόγια, μια γωνία που «ακουμπάει» σε αυτή την πλευρά. **Απέναντι**, όπως μας φανερώνει και τ' όνομά της, λέγεται η γωνία που βρίσκεται ακριβώς απέναντι από αυτή την πλευρά.

Για παράδειγμα, στο πιο πάνω τρίγωνο, αν επιλέξουμε την πλευρά AB τότε :
Προσκειμένες είναι οι γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{B}$. Απέναντι είναι η γωνία $\hat{\Gamma}$.

- Με ποιες μονάδες μετράμε μια γωνία;
➤ Ποιες είναι οι υποδιαιρέσεις της;

Μονάδα μέτρησης γωνιών είναι η **μοίρα** (1°).

Μία μοίρα διαιρείται σε 60 **πρώτα λεπτά** της μοίρας ($60'$).

Ένα πρώτο λεπτό της μοίρας διαιρείται σε 60 **δεύτερα λεπτά** ($60''$).

➤ **Τι γνωρίζετε για τις γωνίες ενός ισοσκελούς τριγώνου;**

Οι προσκείμενες στη βάση γωνίες είναι μεταξύ τους ίσες.

➤ **Τι γνωρίζετε για τις γωνίες ενός ισόπλευρου τριγώνου;**

Είναι όλες ίσες μεταξύ τους και μάλιστα καθεμία ισούται με 60° .

➤ **Τι ονομάζεται «διχοτόμος» μιας γωνίας;**

Ονομάζεται μια ημιευθεία που ξεκινάει από την κορυφή της γωνίας και τη χωρίζει σε δύο ίσες γωνίες.

- Ποια γωνία ονομάζεται «ορθή»;
- Ποια γωνία ονομάζεται «οξεία»;
- Ποια γωνία ονομάζεται «αμβλεία»;
- Ποια γωνία ονομάζεται «ευθεία»;
- Ποια γωνία ονομάζεται «μηδενική»;
- Ποια γωνία ονομάζεται «πλήρης»;
- Ποια γωνία ονομάζεται «κυρτή»;
- Ποια γωνία ονομάζεται «μη κυρτή»;

Ορθή ονομάζεται η γωνία που ισούται με 90° .

Οι πλευρές μιας ορθής γωνίας λέγονται **κάθετες** μεταξύ τους.

Οξεία ονομάζεται η γωνία που είναι **μικρότερη** από την ορθή.

Αμβλεία ονομάζεται η γωνία που είναι **μεγαλύτερη** από την ορθή.

Ευθεία ονομάζεται η γωνία που ισούται με 180° .

Οι πλευρές μιας ευθείας γωνίας είναι αντικείμενες ημιευθείες.

Μηδενική ονομάζεται η γωνία που ισούται με 0° .

Οι πλευρές της μηδενικής γωνίας συμπίπτουν.

Πλήρης ονομάζεται η γωνία που ισούται με 360° .

Οι πλευρές της πλήρους γωνίας συμπίπτουν.

Κυρτή ονομάζεται μια γωνία μικρότερη από 180° .

Μη κυρτή ονομάζεται μια γωνία μεγαλύτερη από 180° .

Σημείωση : Επειδή συμβαίνει και στη μηδενική αλλά και στην πλήρη γωνία οι πλευρές να συμπίπτουν, μπορούμε να πούμε ότι όταν οι πλευρές μιας γωνίας συμπίπτουν τότε η κυρτή γωνία είναι η μηδενική και η μη κύρτη είναι η πλήρης.

➤ **Πότε δυο γωνίες θα λέγονται «εφεξής»;**

Όταν έχουν:

- α. κοινή κορυφή
- β. κοινή μία πλευρά
- γ. κανένα άλλο κοινό σημείο.

➤ **Πότε δυο γωνίες θα λέγονται «διαδοχικές»;**

Όταν πάνω από δύο γωνίες είναι καθεμία εφεξής με την επόμενη και την προηγούμενή της, τότε λέγονται διαδοχικές.

Σημείωση : Δηλαδή, όταν έχουμε πάνω από 2 εφεξής γωνίες τις ονομάζουμε διαδοχικές.

➤ **Πότε δυο γωνίες θα λέγονται «παραπληρωματικές»;**

Όταν έχουν άθροισμα 180° .

➤ **Πότε δυο γωνίες θα λέγονται «συμπληρωματικές»;**

Όταν έχουν άθροισμα 90° .

➤ **Πότε δυο γωνίες θα λέγονται «κατακορυφήν»;**

Όταν έχουν κοινή κορυφή και οι πλευρές τις μίας είναι αντικείμενες ημιευθείες των πλευρών της άλλης.

➤ **Τι ιδιότητα έχουν οι κατακορυφήν γωνίες;**

Είναι πάντα ίσες μεταξύ τους.

➤ **Πότε θα λέμε ότι δυο ευθείες τέμνονται;**

Όταν έχουν ένα κοινό σημείο, το οποίο λέγεται **σημείο τομής**.
Οι ευθείες ονομάζονται τότε **τεμνόμενες**.

- Πότε δυο ευθείες ε_1 και ε_2 θα λέγονται «κάθετες»;
- Πώς το συμβολίζουμε αυτό;

Όταν η γωνία που σχηματίζουν μεταξύ τους είναι ορθή.
Γράφουμε $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$.

- Πότε δυο ευθείες θα λέγονται «παράλληλες»;
- Πώς το συμβολίζουμε αυτό;
- Πότε δυο ευθύγραμμα τμήματα θα λέγονται παράλληλα;

Όταν δεν έχουν **κανένα κοινό σημείο**, όσο κι αν τις προεκτείνουμε.
Γράφουμε $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.
Δυο ευθύγραμμα τμήματα θα λέγονται παράλληλα, αν βρίσκονται πάνω σε παράλληλες ευθείες.

- Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις δυο ευθειών στο επίπεδο;

Δύο ευθείες του επιπέδου μπορεί:

- α. Να είναι **παράλληλες**.
- β. Να **τέμνονται**.
- γ. Να **συμπίπτουν**.

- Τι ονομάζουμε απόσταση ενός σημείου από μια ευθεία;

Ονομάζουμε το μήκος του κάθετου ευθύγραμμου τμήματος, που ενώνει το σημείο με την ευθεία.

- Ποιο σχήμα του επιπέδου ονομάζεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα ρ ;

Το σχήμα εκείνο που όλα τα σημεία του απέχουν από το κέντρο K απόσταση **ίση** με την ακτίνα ρ .

- Ποιο σχήμα του επιπέδου ονομάζεται «κυκλικός δίσκος»;

Το σχήμα εκείνο που όλα τα σημεία του απέχουν από το κέντρο K απόσταση **ίση ή μικρότερη** από την ακτίνα ρ .

- Τι ονομάζουμε «χορδή» ενός κύκλου;
- Τι ονομάζουμε «τόξο»;
- Τι ονομάζουμε «διάμετρο»;
- Τι ονομάζουμε «ημικύκλιο»;

Χορδή ονομάζουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα που τα άκρα του είναι σημεία του κύκλου.

Τόξο ονομάζουμε καθένα από τα δύο μέρη, στα οποία χωρίζεται ένας κύκλος από δύο σημεία του (ή από μια χορδή).

Διάμετρο ονομάζουμε μια χορδή που περνάει από το κέντρο του κύκλου και είναι η μεγαλύτερη χορδή του κύκλου.

Ημικύκλιο ονομάζουμε καθένα από τα δύο ίσα τόξα, στα οποία χωρίζεται ένας κύκλος από μία διάμετρό του.

- Πότε δυο κύκλοι θα είναι ίσοι;

Όταν έχουν ίσες ακτίνες.

- Ποια γωνία ονομάζεται «επίκεντρη»;

Η γωνία εκείνη που η κορυφή της είναι στο κέντρο ενός κύκλου.

- Πώς ορίζεται το μέτρο ενός τόξου;

Ορίζεται ως το μέτρο της επίκεντρης γωνίας που αντιστοιχεί στο τόξο αυτό. Άρα ένα τόξο το μετράμε, επίσης, σε μοίρες.

- Τι γνωρίζετε για τις ίσες επίκεντρες γωνίες, του ίδιου ή ίσων κύκλων;
- Τι γνωρίζετε για τα ίσα τόξα, του ίδιου ή ίσων κύκλων;

Ίσες επίκεντρες γωνίες αντιστοιχούν σε ίσα τόξα.

Αλλά και αντιστρόφως:

Ίσα τόξα αντιστοιχούν σε ίσες επίκεντρες γωνίες.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

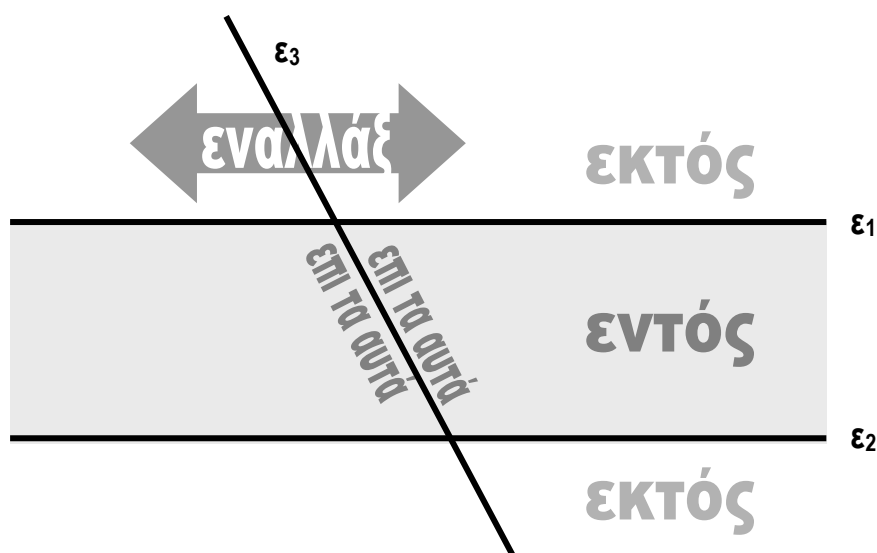
➤ Τι ονομάζουμε «μεσοκάθετο» ενός ευθύγραμμου τμήματος;

Όπως λέει και το όνομά της, είναι μια ευθεία που περνάει από το **μέσο** ενός ευθύγραμμου τμήματος και είναι, επίσης, **κάθετη** σε αυτό.

➤ Τι ιδιότητα έχουν τα σημεία της μεσοκάθετου;

Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος **ισαπέχει** από τα άκρα του τμήματος.

Να σχεδιάσετε δυο παράλληλες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 που τέμνονται από μια τρίτη ευθεία ϵ_3 . Με τη βοήθεια του σχήματος αυτού να εξηγήσετε:



➤ Ποιες γωνίες ονομάζονται «εντός» (των ευθειών);

➤ Ποιες γωνίες ονομάζονται «εκτός» (των ευθειών);

Εντός ονομάζονται οι γωνίες που βρίσκονται **ανάμεσα** στις δύο παράλληλες ευθείες. Διαφορετικά λέγονται **εκτός**.

➤ Ποιες γωνίες ονομάζονται «επι τα αυτά» (μέρη);

Επι τα αυτά (μέρη) ονομάζονται οι γωνίες που βρίσκονται **από το ίδιο μέρος** της τέμνουσας των δύο παράλληλων.

➤ Ποιες γωνίες ονομάζονται «εναλλάξ»;

Εναλλάξ ονομάζονται οι γωνίες που βρίσκονται από διαφορετικές μεριές της τέμνουσας των δύο παράλληλων.

- Τι γνωρίζετε για τις γωνίες που είναι «εντός εναλλάξ»;
- Τι γνωρίζετε για τις γωνίες που είναι «εντός, εκτός κι επί τ' αυτά»;
- Τι γνωρίζετε για τις γωνίες που είναι «εντός κι επί τ' αυτά»;

Οι **εντός εναλλάξ** γωνίες είναι πάντα **ίσες**.

Οι **εντός, εκτός κι επί τ' αυτά** γωνίες είναι πάντα **ίσες**.

Οι **εντός κι επί τ' αυτά** γωνίες είναι πάντα **παραπληρωματικές**.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

➤ Ποια είναι τα κύρια στοιχεία ενός τριγώνου;

Οι πλευρές και οι γωνίες του.

- Σε ποιες κατηγορίες χωρίζονται τα τρίγωνα ανάλογα με το είδος των γωνιών τους;
- Να δώσετε τον ορισμό κάθε περίπτωσης.

Σε οξυγώνιο, ορθογώνια και αμβλυγώνια.

Οξυγώνιο λέγεται ένα τρίγωνο όταν **όλες** του οι γωνίες είναι **οξείες**.

Ορθογώνιο λέγεται ένα τρίγωνο όταν έχει μία **ορθή** γωνία.

Αμβλυγώνιο λέγεται ένα τρίγωνο όταν έχει μία **αμβλεία** γωνία.

- Σε ποιες κατηγορίες χωρίζονται τα τρίγωνα ανάλογα με το είδος των πλευρών τους;
- Να δώσετε τον ορισμό κάθε περίπτωσης.

Σε σκαληνά, ισοσκελή και ισόπλευρα.

Σκαληνό λέγεται ένα τρίγωνο όταν όλες του οι πλευρές είναι άνισες.

Ισοσκελές λέγεται ένα τρίγωνο όταν έχει **δύο** πλευρές ίσες. Η τρίτη του πλευρά, αυτή δηλαδή που δεν είναι ίση με τις άλλες δύο, λέγεται **βάση** του ισοσκελούς. Επίσης, η κορυφή που βρίσκεται απέναντι από τη βάση του ισοσκελούς λέγεται, απλά, **κορυφή** του ισοσκελούς.

Ισόπλευρο λέγεται ένα τρίγωνο όταν έχει **όλες** τους τις πλευρές ίσες.

- Ποια είναι τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου;
- Να δώσετε τον ορισμό κάθε περίπτωσης.

Είναι τα ύψη, οι διχοτόμοι και οι διάμεσοι.

Ύψος ενός τριγώνου λέγεται το **κάθετο** ευθύγραμμο τμήμα, που ενώνει μια κορυφή του τριγώνου με την απέναντι πλευρά.

Διχοτόμος ενός τριγώνου λέγεται το ευθύγραμμο τμήμα, που διχοτομεί μια από τις γωνίες του τριγώνου και καταλήγει στην απέναντι πλευρά.

Διάμεσος ενός τριγώνου λέγεται το ευθύγραμμο τμήμα, που ενώνει μια κορυφή του τριγώνου με το **μέσο** της απέναντι πλευράς.

➤ **Ποιο είναι το άθροισμα των γωνιών ενός οποιουδήποτε τριγώνου;**

Σε οποιοδήποτε τρίγωνο το άθροισμα των γωνιών του ισούται με **180°**.

➤ **Ποιες είναι οι ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου;**

1. Οι **προσκείμενες στη βάση** γωνίες είναι μεταξύ τους **ίσες**.
2. Το ύψος, η διχοτόμος και η διάμεσος που φέρνουμε από την **κορυφή** του ισοσκελούς συμπίπτουν μεταξύ τους.

➤ **Ποιες είναι οι ιδιότητες του ισόπλευρου τριγώνου;**

1. **Όλες** οι γωνίες του είναι μεταξύ τους **ίσες**. Άρα καθεμία ισούται με **60°**.
2. Το ύψος, η διχοτόμος και η διάμεσος που φέρνουμε από **οποιαδήποτε** κορυφή του ισοσκελούς συμπίπτουν μεταξύ τους.

➤ **Ποιο σχήμα ονομάζεται «παραλληλόγραμμο»;**

Ονομάζεται ένα τετράπλευρο, που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες.

➤ **Ποιο σχήμα ονομάζεται «ορθογώνιο παραλληλόγραμμο»;**

Ονομάζεται ένα παραλληλόγραμμο, που έχει όλες τις γωνίες του ορθές.

➤ **Ποιο σχήμα ονομάζεται «ρόμβος»;**

Ονομάζεται ένα παραλληλόγραμμο, που έχει όλες τις πλευρές του ίσες.

➤ **Ποιο σχήμα ονομάζεται «τετράγωνο»;**

Ονομάζεται ένα παραλληλόγραμμο που είναι, συγχρόνως, ορθογώνιο και ρόμβος. Δηλαδή, ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνίες του ορθές.

- Ποιο σχήμα ονομάζεται «τραπέζιο»;
- Ποια είναι τα στοιχεία του τραpezίου;

Ονομάζεται ένα τετράπλευρο, που έχει μόνο δύο πλευρές παράλληλες.

Οι παράλληλες πλευρές λέγονται **βάσεις** του τραpezίου.

Ανάλογα με το μέγεθος, τις ξεχωρίζουμε σε **μικρή** και **μεγάλη βάση**.

Η απόσταση ανάμεσα στις δύο βάσεις λέγεται ύψος του **τραpezίου**.

