

Αναλυτικές Απαντήσεις των Θεμάτων του Διαγωνισμού

ΤΑΞΗ

Γ'

ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

1

Πόσοι ακέραιοι αριθμοί είναι μεγαλύτεροι του 100 αλλά μικρότεροι του 200;

- A) 100 B) 99 Γ) 98 Δ) 101 Ε) 200

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Αναζητώ το πλήθος διαδοχικών αριθμών που βρίσκονται σε κάποιο διάστημα.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Λύνω ένα απλούστερο πρόβλημα π.χ βρίσκω τους ακέραιους αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι του 10 αλλά μικρότεροι του 20. Αυτοί είναι 9, δηλαδή ένας λιγότερος από τη διαφορά 20-10. Κάνοντας αναγωγή στο διάστημα 100 έως 200 συμπεραίνω ότι το πλήθος των αριθμών που μου ζητούν είναι κατά 1 μικρότερο από της διαφορά 200-100

Απάντηση: B)



2

Ποια είναι η τιμή της παράστασης $[1 - (-1)^3] \cdot 2^{-1} + (-1)^0 - 1^0$

- A) 0 B) 1 Γ) 2 Δ) $\frac{1}{2}$ Ε) $\frac{3}{2}$

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Υπάρχει μια παράσταση με ακέραιους αριθμούς, δυνάμεις ακεραίων αριθμών και πράξεις μεταξύ τους.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Κάνω τις πράξεις διατηρώντας την προτεραιότητα των πράξεων

$$[1 - (-1)^3] \cdot 2^{-1} + (-1)^0 - 1^0 = [1 + 1] \cdot \frac{1}{2} + 1 - 1 = \frac{2}{2} = 1$$

Απάντηση: B)



3

Ποιο είναι το αποτέλεσμα της αριθμητικής παράστασης

$$(151)^2 - (150)^2$$

- A) 1510
B) -1510
Γ) 301
Δ) 310
Ε) δεν γνωρίζουμε



ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Η παράσταση περιέχει διαφορά τετραγώνων δύο αριθμών που είναι διαδοχικοί.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Θα εφαρμόσω την ταυτότητα της διαφοράς τετραγώνων. Έχω $(151)^2 - (150)^2 = (151-150) \cdot (151+150) = 1 \cdot 301 = 301$

Απάντηση: Γ)



4

Εάν ανακατέψουμε 5 κιλά κόκκινο χρώμα και 9 κιλά κίτρινο, με στόχο να βάψουμε ένα δωμάτιο, παίρνουμε μια συγκεκριμένη απόχρωση του πορτοκαλί χρώματος. Με πόσα κιλά κίτρινο θα ανακατέψουμε 8 κιλά κόκκινο χρώμα για να πάρουμε την ίδια απόχρωση του πορτοκαλί χρώματος;

- A) 12 B) 17 Γ) 14,4
Δ) $\frac{14}{8}$ Ε) δεν γνωρίζουμε



ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Θα πρέπει να διατηρηθεί η απόχρωση που θα προκύψει από τη μίξη των δύο χρωμάτων.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Διατήρηση της απόχρωσης σημαίνει διατήρηση της αναλογίας των δύο χρωμάτων (κόκκινο – κίτρινο). Αν x η ποσότητα κίτρινου τότε $\frac{9}{5} = \frac{x}{8}$, άρα $5x = 72$. Εδώ, επειδή υπάρχει ο συντελεστής 5, θα μπορούσα να σκεφτώ ότι $10x = 144$ άρα $x = 14,4$

Απάντηση: Γ)



5

Με τον ερχομό του νέου χρόνου 2020 και το τέλος του 2019, ο καθηγητής ενός σχολείου θέλησε να παίξει με τις δύο αυτές χρονιές και να προβληματίσει τους μαθητές του. Έφτιαξε λοιπόν την παρακάτω σειρά αριθμών και τους ζήτησε να υπολογίσουν το άθροισμά τους.

$$K = 2020 - 2019 + 2018 - 2017 + \dots + 2 - 1$$

Οι μαθητές έδωσαν πέντε διαφορετικές απαντήσεις. Ποια από τις πέντε απαντήσεις ήταν η σωστή;

- A) $K=99$
B) $K=1010$
Γ) $K=999$
Δ) $K=1000$
Ε) $K=2020$



ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Στην παράσταση K , υπάρχουν ζεύγη διαφορών διαδοχικών αριθμών, από το 1 μέχρι το 2020.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Σχηματίζω αυτά τα ζεύγη των διαδοχικών ακεραίων

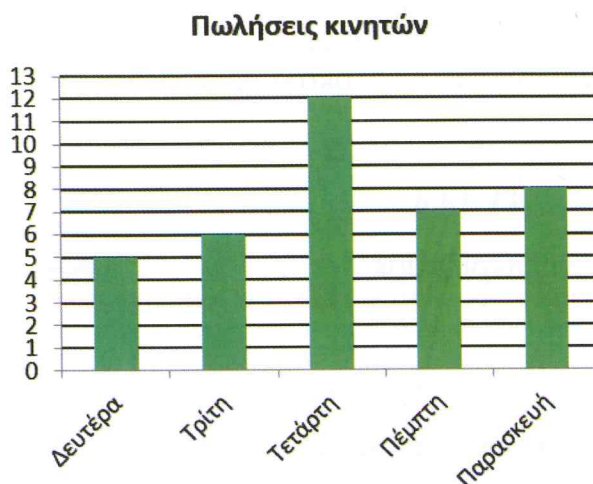
$$K = (2020 - 2019) + (2018 - 2017) + \dots + (2 - 1) = 1 + 1 + \dots + 1 = \frac{2020}{2} = 1010$$

Απάντηση: Β)



6

Το παρακάτω διάγραμμα παριστάνει τις πωλήσεις κινητών τηλεφώνων που πραγματοποιήθηκαν από ένα κατάστημα στο διάστημα Δευτέρα έως Παρασκευή. Σε πόσες ημέρες πουλήθηκαν το πολύ 7 τηλέφωνα;



- A) 1 B) 3 Γ) 5 Δ) 2 Ε) δεν γνωρίζουμε

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Υπάρχει ένα γράφημα που παριστάνει τον αριθμό των κινητών τηλεφώνων που πούλησε το μαγαζί από Δευτέρα έως Παρασκευή.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Θα πρέπει να βρω ποιες μέρες πουλήθηκαν 7 ή λιγότερα τηλέφωνα. Παρατηρώντας το γράφημα βλέπω ότι οι ημέρες αυτές είναι η Δευτέρα, η Τρίτη και η Πέμπτη.

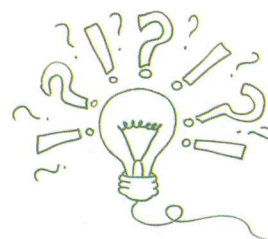
Απάντηση: B)



7

Ο Βασίλης κάθε φορά που τον ρωτούν τη διεύθυνση του σπιτιού του λέει πρώτα την οδό και για τον αριθμό δίνει την εξής πληροφορία: Είναι διψήφιος, μονός και μπορεί να γραφεί σαν κύβος ενός μονοψήφιου, δηλαδή σαν a^3 . Τι από τα παρακάτω ισχύει;

- A) υπάρχει ακριβώς ένα σπίτι που ο αριθμός του έχει τις παραπάνω ιδιότητες
 B) υπάρχουν δύο σπίτια με αριθμούς που έχουν τις παραπάνω ιδιότητες
 Γ) υπάρχουν τρία σπίτια με αριθμούς που έχουν τις παραπάνω ιδιότητες
 Δ) δεν υπάρχει αριθμός με τις ιδιότητες αυτές
 Ε) κανένα από τα προηγούμενα



ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Ο αριθμός του σπιτιού θα πρέπει να έχει τη μορφή a^3 .

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Αναζητώ τον μονό μονοψήφιο που όταν υψωθεί στον κύβο δίνει διψήφιο αποτέλεσμα. Ο μοναδικός μονοψήφιος που ικανοποιεί το προηγούμενο είναι ο 3 αφού $3^3=27$ ενώ $1^3=1$ και $5^3=125$.

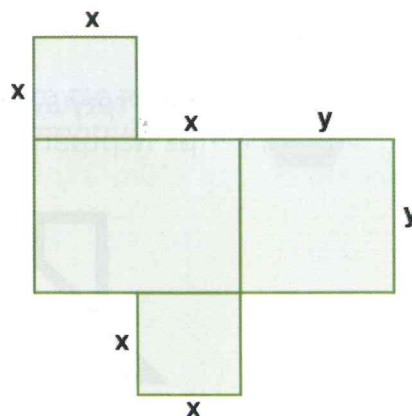
Απάντηση: A)



8

Ποια από τις παρακάτω παραστάσεις εκφράζει το εμβαδόν του σχήματος;

- A) $2x^2 + x \cdot y + y^2$
 B) $2x^2 + y + y^2$
 Γ) $x^2 + 2x \cdot y + y^2$
 Δ) $2x^2 + 2x \cdot y + y^2$
 Ε) καμία από τις προηγούμενες



ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Έχω δύο τετράγωνα πλευράς x , ένα τετράγωνο πλευράς y και ένα ορθογώνιο με διαστάσεις $2x$ και y .

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Εκφράζω τα εμβαδά με τη βοήθεια των x και y . Δύο τετράγωνα πλευράς $x \rightarrow 2x^2$, ένα τετράγωνο πλευράς $y \rightarrow y^2$ και ένα ορθογώνιο με διαστάσεις $2x$ και $y \rightarrow 2x \cdot y$.

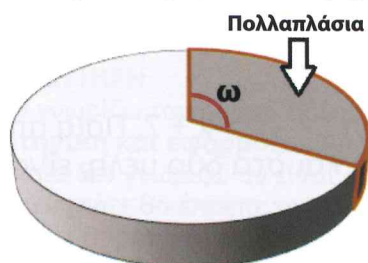
Απάντηση: Δ)



9

Το σκούρο τόξο στο κυκλικό διάγραμμα που ακολουθεί αντιστοιχεί στα πολλαπλάσια του 3, που είναι μεγαλύτερα του 1 και μικρότερα είτε ίσα του 18. Ποια νομίζετε ότι είναι η γωνία του σκούρου τόξου;

Όλοι οι φυσικοί αριθμοί από το 1 μέχρι και 18



- A) 95°
 B) 110°
 Γ) 100°
 Δ) 120°
 Ε) 130°

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Ζητώ τα πολλαπλάσια του 3 που είναι μικρότερα είτε ίσα του 18.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Βρίσκω τα πολλαπλάσια του 3 μεταξύ του 1 και του 18 (συμπεριλαμβανομένου), τα οποία είναι 6, επομένως αντιπροσωπεύουν τα $\frac{6}{18}$ δηλαδή το $\frac{1}{3}$ των αριθμών άρα και το $\frac{1}{3}$ των 360° δηλαδή 120°

Απάντηση: Δ)



10

Ποιες τιμές είναι αποδεκτές για την παράσταση $K = (-1)^n - (-1)^{n+1}$, όπου n φυσικός αριθμός;

- A) 0 B) 2 ή 0 Γ) -1 ή 1 Δ) -2 ή 2 Ε) -1 ή 0

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Έχουμε μία παράσταση με δυνάμεις ακεραίων.

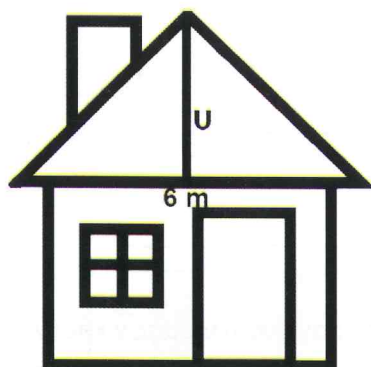
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Διακρίνω περιπτώσεις για n (άρτιος ή περιττός) και κάνω τις πράξεις. Αν n άρτιος, $K = +1 - (-1) = 2$, αν n περιττός, $K = -1 - (+1) = -2$

Απάντηση: Δ)



11

Μία τριγωνική στέγη έχει σχήμα ισοσκελούς τριγώνου με περίμετρο 16m και βάση 6m. Το ύψος της στέγης είναι:



- A) 3m
- B) 6m
- Γ) 4m
- Δ) 5m
- E) 10m

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Γνωρίζω την περίμετρο και τη βάση ενός ισοσκελούς τριγώνου

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Βρίσκω τις ίσες πλευρές του τριγώνου αφαιρώντας από την περίμετρο τη βάση και διαιρώντας με το 2.

Το ύψος του ισοσκελούς τριγώνου προς την βάση είναι και διάμεσος, άρα μπορώ να υπολογίσω το ύψος με το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο με γνωστές την υποτείνουσα 5m και μία κάθετη πλευρά 3m. Οι ίσες πλευρές είναι 5m και η κάθετη πλευρά 3m άρα με το πυθαγόρειο θεώρημα βρίσκουμε $u^2 = 5^2 - 3^2$, $u = 4m$

Απάντηση: Γ)



12

Θέλουμε να λύσουμε την εξίσωση $3x - 1 = x + 7$. Ποια από τις παρακάτω σειρές πράξεων, που εκτελούνται και στα δύο μέλη, είναι η πλέον κατάλληλη:

- A) αφαίρεσε 7 αφαίρεσε x διαίρεσε με 2 τύπωσε τη λύση
- B) πρόσθεσε 1 αφαίρεσε x διαίρεσε με 2 τύπωσε τη λύση
- Γ) πρόσθεσε 1 αφαίρεσε 3x διαίρεσε με 2 τύπωσε τη λύση
- Δ) διαίρεσε με 3 πρόσθεσε 1 αφαίρεσε x τύπωσε τη λύση

E) όλες οι προηγούμενες

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Θα πρέπει να γίνουν μεταφορές αριθμών και αγνώστων.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Αναζητώ την κατάλληλη σειρά πράξεων.

Αρχικά θα πρέπει να γίνει μεταφορά του 1 και στη συνέχεια η μεταφορά του x από το δεύτερο μέλος στο πρώτο. Η διαίρεση με 2 είναι η τελική ενέργεια.

Απάντηση: B)



13

Δίνεται η παράσταση $2x^4 + 4x^3 \cdot y + 2x^2 \cdot y^2$. Ποιες από τις παρακάτω ενέργειες θα πρέπει να κάνουμε και με ποια σειρά για να παραγοντοποιήσουμε την παράσταση;

- 1) χωρίζουμε σε 2 ομάδες (ομαδοποίηση)
- 2) εφαρμόζουμε μία ταυτότητα
- 3) κάνουμε διάσπαση ενός όρου
- 4) χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους
- 5) βγάζουμε κοινό παράγοντα

A) 2 - 5 B) 5 - 2 Γ) 1 - 5 Δ) 4 - 5 - 2 Ε) 3 - 1 - 2

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Η παράσταση αποτελείται από 3 μονώνυμα όπου το πρώτο και τελευταίο περιέχουν τέλεια τετράγωνα.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Προσπαθώ να δημιουργήσω ταυτότητα τετραγώνου αθροίσματος. Για να είναι αυτό εφικτό βγάζω πρώτα κοινό παράγοντα το $2x^2$.

Απάντηση: B)



14

Ένα παιδί 5 ετών έχει βάρος 18 κιλά, όταν θα γίνει 10 ετών πόσο θα είναι το βάρος του;

A) 10 B) 15 Γ) 36 Δ) 23 Ε) δεν γνωρίζουμε



ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Δεν γνωρίζω τον ρυθμό αύξησης του βάρους του παιδιού.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Αποφεύγω να συσχετίσω με βάση κάποια αναλογία δύο ποσά τα οποία δεν γνωρίζω αν είναι ανάλογα. Θα ήταν παράλογο να είναι ανάλογα τα δύο ποσά καθώς τότε θα έπρεπε το παιδί αυτό όταν θα έφτανε στην ηλικία των 50 ετών να έχει βάρος 180 κιλά!

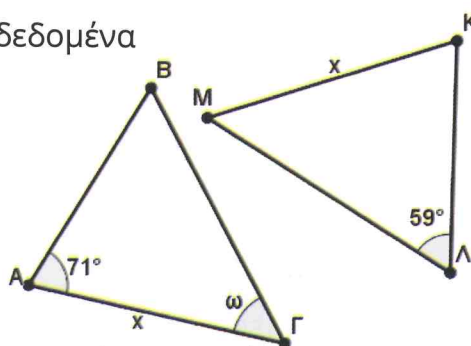
Απάντηση: E)



15

Τα δύο τρίγωνα είναι ίσα. Με βάση τα δεδομένα των σχημάτων πόση είναι η γωνία ω ;

- A) 59°
- B) 50°
- Γ) 48°
- Δ) 61°
- E) 95°



ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Η γωνία ω είναι προσκείμενη στην πλευρά x ενώ η γωνία των 59° είναι απέναντι από την πλευρά x .

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Ερευνώ πόσες γωνίες είναι γνωστές άμεσα ή έμμεσα στο τρίγωνο ABΓ. Στο δεύτερο τρίγωνο απέναντι από την x πλευρά η γωνία είναι 59° , άρα και στο πρώτο απέναντι από την x πλευρά η γωνία θα είναι 59° οπότε η γωνία ω είναι: $= 180^\circ - 71^\circ - 59^\circ = 50^\circ$

Απάντηση: B)



16

Ποιος αριθμός θα πρέπει να μπει στο κουτάκι ώστε να ισχύει η ισότητα

$$99+99+99 = 27 \times \square$$

- A) 11 B) 9 Γ) 99 Δ) 81 Ε) 3

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Έχω άθροισμα τριών 99, ακόμη $99=9 \cdot 11$

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Προσπαθώ να εμφανίσω το 27 στο αποτέλεσμα του αθροίσματος. Έχω ότι $99+99+99=3 \cdot 99=3 \cdot 9 \cdot 11=27 \cdot 11$

Απάντηση: A)



17

Αν στην παράσταση $\left(1 + \frac{1}{x}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{x+1}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{x+2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{x+3}\right)$ εκτελέσουμε τις πράξεις ποιο θα είναι το τελικό αποτέλεσμα;

- A) $1 + \frac{1}{x+4}$ B) $x+4$ Γ) $\frac{1}{x}$ Δ) $\frac{x+4}{x}$ Ε) κανένα από τα προηγούμενα

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Τα κλάσματα ακολουθούν κάποιο μοτίβο.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Λόγω του μοτίβου που ακολουθούν τα κλάσματα υπολογίζω νοερά το αποτέλεσμα της πρώτης παρένθεσης και εκτιμώ πως θα είναι τα αποτελέσματα σε κάθε επόμενη παρένθεση.

Έχω: $1 + \frac{1}{x} = \frac{x+1}{x}$, $1 + \frac{1}{x+1} = \frac{x+2}{x+1}$, $1 + \frac{1}{x+2} = \frac{x+3}{x+2}$, $1 + \frac{1}{x+3} = \frac{x+4}{x+3}$

άρα η παράσταση που μου έχουν δώσει μετασχηματίζεται σε $\frac{x+1}{x} \cdot \frac{x+2}{x+1} \cdot \frac{x+3}{x+2} \cdot \frac{x+4}{x+3} = \frac{x+4}{x}$

Απάντηση: Δ)



18

Ο Γιώργος έχει 150€ σε νομίσματα των 2€, σε χαρτονομίσματα των 20€ και σε χαρτονομίσματα των 50€. Τι από τα παρακάτω μπορεί να συμβαίνει;

- A) τα χαρτονομίσματα των 20€ είναι περισσότερα από τα νομίσματα των 2€
B) τα νομίσματα των 2€ είναι λιγότερα από 5
Γ) τα χαρτονομίσματα των 50€ είναι περισσότερα από τα χαρτονομίσματα των 20€
Δ) τα χαρτονομίσματα είναι συνολικά 6
Ε) κανένα από τα προηγούμενα

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Κάθε συνδυασμός νομισμάτων και χαρτονομισμάτων δεν θα πρέπει να ξεπερνά τα 150€. Ακόμη κάθε συνδυασμός θα πρέπει να περιέχει και νομίσματα των 2€ και χαρτονομίσματα των 20€ και χαρτονομίσματα των 50€.

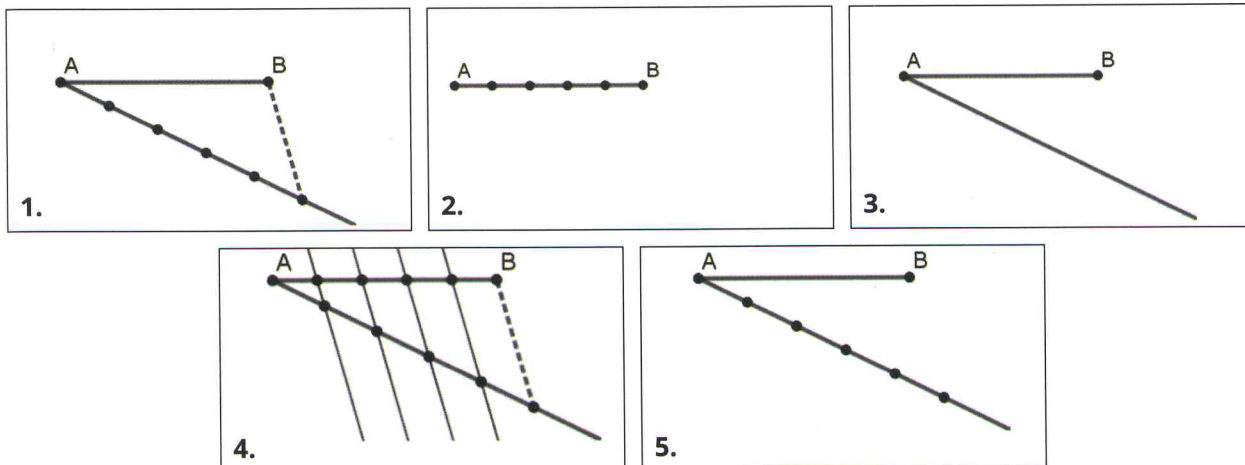
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Ελέγχω κατά πόσο είναι εφικτός ο συνδυασμός των νομισμάτων και χαρτονομισμάτων που περιέχει κάθε μία απάντηση. Αρχικά σκέπτομαι ότι τα νομίσματα των 2€ θα πρέπει να είναι 5 ή 10 ή 15 κ.λ.π (γιατί;). Με βάση αυτό απορρίπτεται η απάντηση B). Στη συνέχεια απορρίπτεται και η απάντηση A) καθώς αν τα χαρτονομίσματα των 20€ ήταν περισσότερα από τα νομίσματα των 2€ τότε θα είχαμε 6 τουλάχιστον εικοσάευρα που είναι αδύνατον (γιατί;). Τέλος απορρίπτεται η Δ) αφού τότε τα χαρτονομίσματα θα είχαν συνολική αξία τουλάχιστον 150€ (γιατί;)

Η απάντηση Γ) δεν αποκλείεται.

Απάντηση: Γ)



Καταγράψαμε σε εικόνες τη διαδικασία για να χωρίσουμε το ευθύγραμμο τμήμα AB σε 5 ίσα μέρη όμως μπερδεύτηκαν οι εικόνες.



Ποια είναι η σωστή σειρά των εικόνων;

- Α) 1→4→3→5→2 Β) 3→5→1→4→2 Γ) 5→4→1→3→2
Δ) 3→4→1→5→2 Ε) 1→2→3→4→5

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Πρόκειται για τη γνωστή διαδικασία χωρισμού ενός τμήματος σε ορισμένο αριθμό ίσων τμημάτων.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Επιλέγω αρχική εικόνα την 3 και τελική την 2.

Ως δεύτερη εικόνα θα πρέπει να επιλέξω την 5.

Απάντηση: Β)



Αν $\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$. Ποια από τις παρακάτω είναι η τιμή του κλάσματος $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$

- Α) $\frac{36}{25}$ Β) $\frac{25}{36}$ Γ) $\frac{61}{11}$ Δ) $\frac{11}{61}$ Ε) κανένα από τα προηγούμενα

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Είναι γνωστός ο λόγος των δύο μεταβλητών x, y .

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Διαιρώ αριθμητή και παρονομαστή με y^2 για να δημιουργήσω τον λόγο των δύο μεταβλητών.

$$\text{Έχω } \frac{x^2 + y^2}{y^2 + y^2} = \frac{36 + 1}{25 + 1} = \frac{61}{25} = \frac{61}{11}$$

$$\frac{x^2 - y^2}{y^2 - y^2} = \frac{36 - 1}{25 - 1} = \frac{11}{25}$$

Απάντηση: Γ)



21

Η μία συσκευασία στραγγιστού γιαουρτιού έχει 10% λιπαρά, όπως αναγράφεται στην ετικέτα του. Σε ένα μεγαλύτερο σκεύος αδειάζουμε 3 συσκευασίες από το συγκεκριμένο γιαούρτι.

Τι ισχύει για το περιεχόμενο του μεγαλύτερου σκεύους;

- Α) θα περιέχει 30% λιπαρά
 Β) θα περιέχει 15% λιπαρά
 Γ) θα περιέχει 10% λιπαρά
 Δ) θα περιέχει 20% λιπαρά
 Ε) δεν γνωρίζουμε πόσα λιπαρά θα περιέχει



ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Δίνεται μια συσκευασία γιαουρτιού με περιεκτικότητα 10% σε λιπαρά.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Περιεκτικότητα 10% λιπαρά σημαίνει ότι στο κάθε γραμμάριο γιαουρτιού το 10% είναι λιπαρά, άρα η οποιαδήποτε ποσότητα γιαουρτιού (άρα και το άθροισμα των 3 συσκευασιών) θα περιέχει 10% λιπαρά.

Απάντηση: Γ)



22

Σε ένα γραφείο εργάζεται ίδιος αριθμός γυναικών και ανδρών. Στο γραφείο αυτό, όσοι άνδρες και γυναίκες έχουν παιδιά είναι παντρεμένοι. Από τις γυναίκες οι μισές είναι παντρεμένες ενώ από τις παντρεμένες γυναίκες το $\frac{2}{3}$ έχουν παιδιά. Από τους άνδρες τα $\frac{2}{3}$ είναι παντρεμένοι ενώ οι μισοί των παντρεμένων ανδρών έχουν παιδιά. Τι μέρος των εργαζόμενων στο γραφείο δεν έχει παιδιά;

- Α) $\frac{2}{3}$ Β) $\frac{1}{3}$ Γ) $\frac{1}{2}$ Δ) $\frac{1}{4}$ Ε) κανένα από τα προηγούμενα



ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Μπορώ να υπολογίσω το μέρος των γυναικών που έχει παιδιά και το μέρος των ανδρών που έχει παιδιά.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Υπολογίζω το μέρος των γυναικών και το μέρος των ανδρών που έχουν παιδιά. Το μέρος (κλάσμα) των γυναικών με παιδιά είναι $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

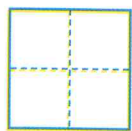
Το μέρος (κλάσμα) των ανδρών με παιδιά είναι $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Άρα το $\frac{1}{3}$ των ανδρών και το $\frac{1}{3}$ των γυναικών έχουν παιδιά. Επειδή ο αριθμός των γυναικών είναι ίδιος με τον αριθμό των ανδρών άρα το $\frac{1}{3}$ του συνόλου των εργαζόμενων έχει παιδιά. Οπότε δεν έχουν παιδιά τα $\frac{2}{3}$ των εργαζόμενων.

Απάντηση: Α)

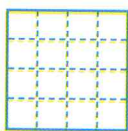


23

Ένα τετράγωνο έχει πλευρά ένα μέτρο.
Ξεκινάμε την εξής διαδικασία:



Φάση 1^η: Ενώνουμε τα μέσα των απέναντι πλευρών, οπότε το τετράγωνο χωρίζεται σε 4 μικρότερα.



Φάση 2^η: Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία για κάθε ένα από τα μικρότερα τέσσερα τετράγωνα της προηγούμενης φάσης.

Συνεχίζουμε στις επόμενες φάσεις την ίδια διαδικασία και σταματάμε μόλις το εμβαδόν καθενός από τα μικρά τετράγωνα γίνει μικρότερο από $\frac{1}{200}$ του τετραγωνικού μέτρου. Σε ποια φάση θα πρέπει να σταματήσουμε;

- A) στην 20η φάση B) στην 200η φάση Γ) στην 5η φάση
Δ) στην 4η φάση Ε) κανένα από τα προηγούμενα.

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Το εμβαδόν κάθε μικρού τετραγώνου σε μία φάση είναι ίσο με το $\frac{1}{4}$ του εμβαδού του μικρού τετραγώνου της προηγούμενης φάσης.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Γράφω σε σειρά τα εμβαδά που προκύπτουν σε κάθε φάση. Έχω $\frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \frac{1}{256}$. Παρατηρώ ότι στην τέταρτη φάση το εμβαδόν κάθε μικρού τετραγώνου είναι μικρότερο από το $\frac{1}{200}$ του εμβαδού του αρχικού τετραγώνου.

Απάντηση: Δ)



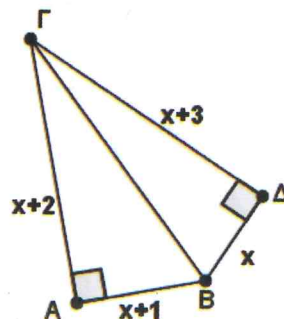
24

Ο καθηγητής των Μαθηματικών κατασκεύασε στον πίνακα το παρακάτω σχήμα με τα δύο ορθογώνια τρίγωνα ABΓ και BΔΓ και ζήτησε από τους μαθητές να συζητήσουν για το αν και το πως μπορούν να υπολογίσουν την τιμή του πραγματικού αριθμού x .

- Ο Βασίλης απάντησε αμέσως $x=4$
- Η Έλενα είπε ότι πρέπει οπωσδήποτε να υπολογίσει την BΓ
- Ο Πέτρος είπε ότι πρέπει το x να είναι άρρητος αριθμός
- Η Σαμάνθα είπε ότι είναι αδύνατον να υπάρχουν τέτοια τρίγωνα
- Ο Έκτορας απάντησε ότι θα πρέπει πρώτα να υπολογίσει τις γωνίες των τριγώνων

Ποιος μαθητής ή μαθήτρια διατύπωσε την πιο σωστή άποψη;

- A) ο Βασίλης B) η Έλενα Γ) ο Πέτρος
Δ) η Σαμάνθα Ε) ο Έκτορας



ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Τα δύο τρίγωνα είναι ορθογώνια με κοινή υποτείνουσα.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Εφαρμόζω για τα δύο τρίγωνα το πυθαγόρειο θεώρημα με κοινή υποτείνουσα την BΓ. Θα πρέπει να ισχύει $x^2 + (x+3)^2 = (x+1)^2 + (x+2)^2$, δηλαδή θα πρέπει $2x^2 + 6x + 9 = 2x^2 + 6x + 5$ από όπου προκύπτει ότι δεν υπάρχει πραγματική τιμή του x που ικανοποιεί την ισότητα.

Απάντηση: Δ)

25

Ας υποθέσουμε ότι στον πίνακα της τάξης σας είναι γραμμένη μία σχέση (ισότητα) που ισχύει για δύο μη μηδενικούς αριθμούς α, β . Ποια από τις παρακάτω σχέσεις μπορεί να είναι γραμμένη;

- A) $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = 0$ B) $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \alpha \cdot \beta$ Γ) $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \alpha + \beta$
 Δ) $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \alpha - \beta$ Ε) δεν μπορούμε να εντοπίσουμε τέτοια σχέση

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Οι δύο αριθμοί θα πρέπει να είναι διαφορετικοί του 0.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Αρχικά σκέφτομαι ότι θα πρέπει να υποθέσω πως το δεύτερο μέλος κάθε ισότητας είναι θετικό (γιατί;). Κάνω αλγεβρική επεξεργασία για να απαλλαγώ από τις ρίζες. Αν υψώσω στο τετράγωνο και τα δύο μέλη σε κάθε μία από τις δοσμένες παρατηρώ ότι από την Α), την Γ) και την Δ) θα προκύψει ότι ένας τουλάχιστον από τους αριθμούς α και β θα πρέπει να είναι 0. Από την Β) δεν προκύπτει ότι θα πρέπει οπωσδήποτε ένας από τους δύο αριθμούς να είναι 0.

Απάντηση: Β)

