

Απαντήσεις Θεμάτων

από τη Συντακτική Επιτροπή

ΤΑΞΗ

A'

ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

1

Ποιον αριθμό χρειάζεται να προσθέσουμε στο άθροισμα $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ ώστε το αποτέλεσμα να είναι 1;

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{2}{7}$

Γ) $\frac{7}{11}$

Δ) $\frac{1}{32}$

Ε) $\frac{1}{64}$

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Κάθε κλάσμα είναι ίσο με το μισό του προηγούμενου.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Μελετώ πόσο χρειάζεται κάθε μικρότερο άθροισμα για να συμπληρωθεί η μονάδα. Δηλαδή:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 1 \quad \text{Άρα, επαγωγικά:}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{64} = 1$$

Απάντηση: (Ε)

2

Προσθέτουμε το μικρότερο τριψήφιο πολλαπλάσιο του 5 με το μεγαλύτερο τριψήφιο πολλαπλάσιο του 5. Ποιο είναι το αποτέλεσμα;

A) 1.000

B) 1.500

Γ) 1.095

Δ) 2000

Ε) 2.500

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Οι αριθμοί είναι πολλαπλάσια του 5.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Θα πρέπει να σκεφτώ ποιος είναι ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος τριψήφιος αριθμός που τελειώνει σε 5 ή σε 0.

Ο μικρότερος είναι προφανώς ο 100 και ο μεγαλύτερος ο 995

Απάντηση: (Γ)

3

Πόσα λάθη υπάρχουν στις παρακάτω παραστάσεις;

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$$

$$\frac{9}{5} > 2$$

$$7 = \frac{63}{9}$$

A) 2

B) 3

Γ) 4

Δ) 1

Ε) 5

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Έχω σύγκριση μεταξύ κλασμάτων και μεταξύ κλασμάτων και ακεραίων.

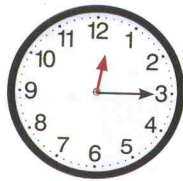
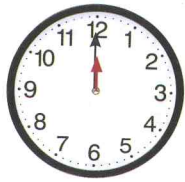
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Χρησιμοποιώ την χιαστί ιδιότητα αφού πρώτα μετατρέψω τους μικτούς και τους ακεραίους αριθμούς σε κλάσματα.

Οι σχέσεις $\frac{3}{4} = \frac{5}{6}$ και $\frac{9}{5} > 2$ είναι λανθασμένες.

Απάντηση: (Α)

4

Μία φωτογραφική μηχανή φωτογραφίζει, από τις 12 το μεσημέρι, ένα ρολόι σε χρονικά διαστήματα που ακολουθούν κάποιον κανόνα. Τι ώρα θα δείχνει το ρολόι στην 5^η φωτογραφία;



A) 1.05' B) 12.55' Γ) 12.50' Δ) 12.45' Ε) δεν μπορούμε να γνωρίζουμε

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Τα χρονικά διαστήματα ακολουθούν κάποιο κανόνα.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Υπολογίζω τα χρονικά διαστήματα από εικόνα σε εικόνα. Τα χρονικά διαστήματα είναι 5', 10', 15' άρα το επόμενο διάστημα θα είναι 20'

Απάντηση: (Γ)

5

Ποιος είναι ο 5^{ος} όρος της σειράς: **5, 17, 53, 161**

A) 485 B) 322 Γ) 312 Δ) 282 Ε) κανένα από τα προηγούμενα

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Μου ζητούν να υπολογίσω τον όρο ενός αριθμητικού μοτίβου.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Προσπαθώ να εντοπίσω το μοτίβο πρώτα με τη μέθοδο των διαφορών. Οι διαφορές μεταξύ δύο διαδοχικών όρων είναι τριπλάσια από την προηγούμενη διαφορά. Συγκεκριμένα $17-5=12$, $53-17=36$, $161-53=108$, άρα η επόμενη διαφορά θα είναι $3 \cdot 108=324$ και ο ζητούμενος όρος θα είναι ίσος με $161+324=485$.

Εναλλακτικά: Εναλλακτικά θα μπορούσα να διακρίνω ότι υπάρχει το εξής μοτίβο: Κάθε όρος προκύπτει αν τριπλασιάσω τον προηγούμενο και του προσθέσω 2. Εξετάζοντας τη σχέση του 17 με το 5 παρατηρώ ότι για να βρω το 17 θα πολλαπλασιάσω το 5 επί 3 και στο αποτέλεσμα θα προσθέσω το 2 κοκ

Απάντηση: (Α)

6

Ένα ρολόι έχει μία παράξενη ιδιότητα, παράγει ήχους (χτυπάει) με σταθερό ρυθμό, δηλαδή ο ένας ήχος από τον επόμενό του απέχει το ίδιο (σταθερό) χρονικό διάστημα. Παρατηρούμε ότι κάθε 9 λεπτά χτυπάει 4 φορές. Πόσα λεπτά θα χρειαστούν για να ακούσουμε 12 συνολικά χτυπήματα από αυτό το ρολόι;

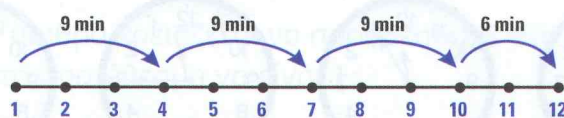


A) 27 λεπτά B) 36 λεπτά Γ) 30 λεπτά Δ) 33 λεπτά Ε) 40 λεπτά

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Οι χτύποι του ρολογιού ακολουθούν κάποιον κανόνα.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Πολλά προβλήματα "φανερώνουν" τη λύση τους αν κάνουμε κάποιο σχήμα. Ένα κατάλληλο σχήμα είναι το παρακάτω:



Είναι πλέον προφανές ότι κάθε 3 λεπτά ακούγεται και ένας χτύπος.

Απάντηση: (Δ)

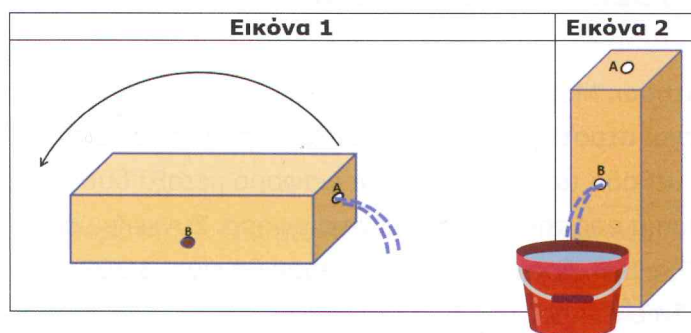
7

Στο δοχείο του σχήματος υπάρχουν δύο τρύπες που μπορούμε να τις έχουμε κλειστές, ώστε να μη χύνεται το νερό, ή ανοιχτές. Στην (Εικόνα 1) η τρύπα Α βρίσκεται σε ύψος ίσο με τα $\frac{2}{3}$ του ύψους του δοχείου ενώ η άλλη τρύπα, η Β, στο μισό το μήκους του δοχείου.

Το δοχείο είναι αρχικά γεμάτο νερό.

Ανοίγουμε την τρύπα Α κι αφού σταματήσει να χύνεται νερό (Εικόνα 1) την σφραγίζουμε και σηκώνουμε το κουτί όρθιο (Εικόνα 2). Ανοίγουμε τότε τη δεύτερη τρύπα Β και μαζεύουμε το νερό που χύνεται.

Τι μέρος της αρχικής ποσότητας είναι το νερό που μαζέψαμε;



Α) το $\frac{1}{3}$

Β) το $\frac{1}{6}$

Γ) το $\frac{1}{5}$

Δ) το $\frac{2}{5}$

Ε) κανένα από τα προηγούμενα

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Υπάρχουν δύο φάσεις σε κάθε μία από τις οποίες μπορώ να υπολογίσω τα κλασματικά μέρη του νερού.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Υπολογίζω τα κλασματικά μέρη του νερού που κάθε φορά απομένει ή χύνεται. Αρχικά χύθηκε το $\frac{1}{3}$ και απέμειναν τα $\frac{2}{3}$. Από τα $\frac{2}{3}$ θα χυθεί μία ποσότητα και θα απομένει το $\frac{1}{2}$.

Η ποσότητα που θα χυθεί θα είναι $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

Απάντηση: (Β)

8

Σε κάποιο νησί της Ελλάδας την εβδομάδα από 21/2/2022 μέχρι και 27/2/2022 οι εμβολιασμοί σε δεκάδες ανά ημέρα φαίνονται στο πιο κάτω διάγραμμα:



Τι από τα παρακάτω είναι βέβαιο;

- A) Οι περισσότεροι κάτοικοι έχουν εμβολιαστεί.
 B) Κάποια ημέρα της εβδομάδας πραγματοποιήθηκε το 10% του συνόλου των εμβολιασμών της εβδομάδας αυτής.
 Γ) Υπάρχουν δύο ημέρες με το ίδιο ποσοστό εμβολιασμών
 Δ) Κάθε Τρίτη πραγματοποιείται το μεγαλύτερο ποσοστό εμβολιασμών
 Ε) Στις 24/2/2022 πραγματοποιήθηκε το μεγαλύτερο ποσοστό των εμβολιασμών της εβδομάδας.

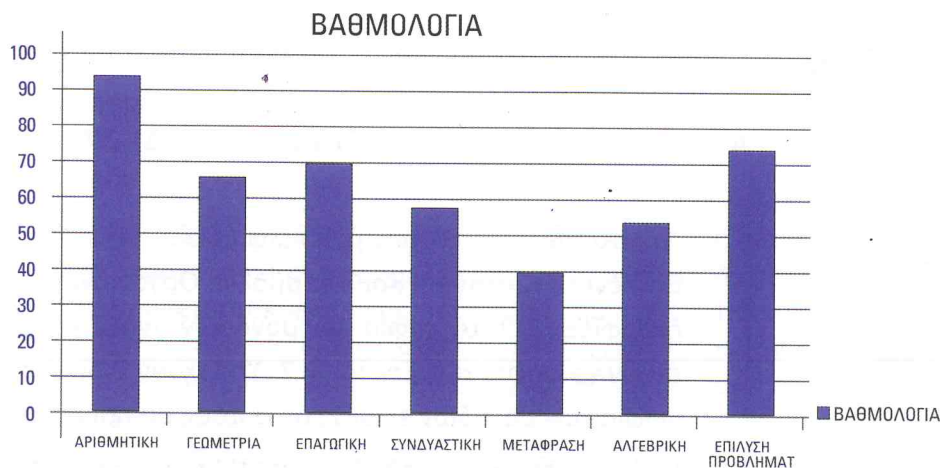
ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Μπορώ να υπολογίσω τα αριθμητικά δεδομένα από το γράφημα. Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Υπολογίζω τον συνολικό αριθμό των εμβολιασμένων. Από τους 300 εμβολιασμούς την Δευτέρα έγιναν 30 εμβολιασμοί, δηλαδή το 10%.

Απάντηση: (B)

9

Στο το παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η βαθμολογία (0 – 100) ενός μαθητή στις βασικές μαθηματικές ικανότητες στο διαγωνισμό μαθηματικών ικανοτήτων ΠΥΘΑΓΟΡΑΣ της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας. Κατά τι ποσοστό (πόσο τοις εκατό) είναι μεγαλύτερη η επίδοση στην Επαγωγική ικανότητα σε σχέση με την επίδοση στην ικανότητα Μετάφρασης;



- A) 80% B) 75% Γ) 18% Δ) 98% Ε) Δε γνωρίζουμε

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Μπορώ να υπολογίσω τα αριθμητικά δεδομένα από το γράφημα.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Υπολογίζω τις δύο επιδόσεις και στη συνέχεια υπολογίζω τον λόγο (τη σχέση) της διαφοράς προς την επίδοση στη Μετάφραση.

Η διαφορά των δύο επιδόσεων είναι 30, ενώ η επίδοση στη Μετάφραση είναι 40, άρα ο λόγος των δύο αυτών ποσών είναι $\frac{30}{40}$. Ο λόγος αυτός (το κλάσμα) θα πρέπει να μετασχηματιστεί σε ισοδύναμο κλάσμα με παρονομαστή το 100, δηλαδή $\frac{75}{100}$.

Απάντηση: (B)

10

Ο Κώστας και ο Νίκος ρίχνουν ένα νόμισμα. Ο Κώστας κερδίζει όταν έλθουν Γράμματα και ο Νίκος όταν έλθει Κορώνα και τελικός νικητής είναι αυτός που πρώτος θα έχει κερδίσει 8 φορές. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός από ρίψεις που μπορεί να πραγματοποιήσουν ώστε να αναδειχθεί ο νικητής;

A) 8 Β) 16 Γ) 15 Δ) 28 Ε) δεν μπορούμε να υπολογίσουμε

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ



Παρατηρώ: Μου ζητούν τις περισσότερες φορές που θα πρέπει να ριχτεί το νόμισμα.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Εξετάζω νοερά τις διάφορες περιπτώσεις. Αν κάποιος κερδίσει 8 συνεχόμενες φορές (πολύ σπάνιο) τότε σταματά το παιχνίδι. Άρα 8 είναι ο ελάχιστος αριθμός ρίψεων. Για τον μέγιστο αριθμό θα πρέπει να έρχονται συνεχώς διαφορετικά αποτελέσματα από τη μία ρίψη στην άλλη π.χ Κ, Γ, Κ, Γ, Κ, Γ, Κ, Γ, Κ, Γ, Κ, Γ, Κ, Γ, Κ συνολικά 15 ρίψεις.

Εναλλακτικός τρόπος σκέψης: Στον πιο αμφίρροπο αγώνα όλα θα κριθούν μετά από ισοπαλία 7-7 οπότε στη 15η ρίψη.

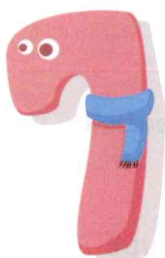
Απάντηση: (Γ)

11

Πόσοι διαφορετικοί διψήφιοι αριθμοί περιέχουν ένα τουλάχιστον ψηφίο 7;

A) 18 B) 19 Γ) 21 Δ) 27 Ε) 37

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ



Παρατηρώ: Μου ζητούν μόνο διψήφιους.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Οργανώνω τη μέτρηση πρώτα στους διψήφιους που το ψηφίο των μονάδων είναι 7 και μετά μετρώ και αυτούς που έχουν το ψηφίο των δεκάδων 7. Υπάρχουν 9 διψήφιοι αριθμοί των οποίων το ψηφίο των μονάδων είναι 7, σε αυτούς θα προστεθούν και αυτοί που το ψηφίο των δεκάδων τους είναι 7, εκτός του 77. Επομένως, $9+9=18$ διψήφιοι.

Απάντηση: (Α)

12

Ένα ειδικό ζάρι έχει έναν αριθμό σε κάθε έδρα. Οι αριθμοί που βρίσκονται σε απέναντι έδρες δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα αν τους προσθέσουμε. Πέντε από τους αριθμούς που βρίσκονται στις έδρες του ζαριού είναι οι 1, 8, 4, 6, 9. Ποιος αριθμός βρίσκεται στην έκτη έδρα;

Α) 7

Β) 2

Γ) 3

Δ) 5

Ε) 6

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Το άθροισμα των αριθμών σε δύο απέναντι έδρες είναι συγκεκριμένο.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Υπολογίζω συνδυαστικά διάφορα αθροίσματα. Παρατηρώ ότι το σταθερό τους άθροισμα δεν μπορεί να είναι άλλο από το 10. Πράγματι: $9+1$, $6+4$, $8+2$.

Απάντηση: (Β)

13

Ένα τρίγωνο έχει μια γωνία 120 μοιρών. Ποια από τις παρακάτω γωνίες δεν είναι δυνατόν να ανήκει σε αυτό το τρίγωνο;

Α) 9° Β) $32,94^\circ$ Γ) 1° Δ) 59° Ε) 60°

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

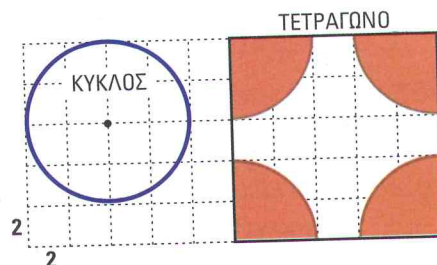
Παρατηρώ: Δίνονται τα μεγέθη σε μοίρες κάποιων γωνιών τριγώνου.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Εφαρμόζω τη βασική ιδιότητα των γωνιών τριγώνου, σύμφωνα με την οποία το άθροισμά τους είναι ίσο με 180° . Εξετάζοντας όλες τις απαντήσεις παρατηρώ ότι στην Ε) με τις 60° συμπληρώνονται 180° μόνο σε δύο γωνίες του τριγώνου πράγμα αδύνατον.

Απάντηση: (Ε)

14

Σε ένα πλέγμα έχουμε κατασκευάσει έναν κύκλο και ένα τετράγωνο στο οποίο έχουν χρωματιστεί 4 κομμάτια. Στο πλέγμα κάθε τετραγωνάκι έχει πλευρά με μήκος 2 εκ. Αν το εμβαδόν του κύκλου είναι 50,24 τετ. εκ. Τι από τα παρακάτω ισχύει;



Α) Η αχρωμάτιστη επιφάνεια του τετραγώνου είναι ίση με το μισό τετράγωνο

Β) Η χρωματισμένη επιφάνεια του τετραγώνου είναι συνολικά ίση με το μισό τετράγωνο

Γ) Η χρωματισμένη επιφάνεια του τετραγώνου είναι μεγαλύτερη από το μισό τετράγωνο

Δ) Η χρωματισμένη επιφάνεια του τετραγώνου είναι διπλάσια από την αχρωμάτιστη

Ε) Δεν μπορούν να συγκριθούν οι επιφάνειες

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Τα τεταρτοκύκλια και ο κύκλος έχουν την ίδια ακτίνα.

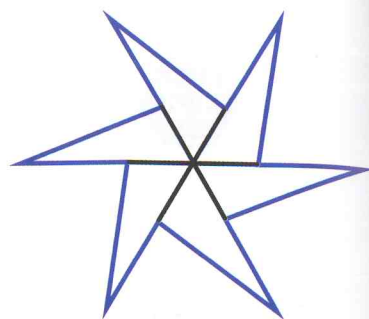
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Προσπαθώ να υπολογίσω το συνολικό εμβαδόν των τεταρτοκύκλιων με τη βοήθεια του κύκλου που υπάρχει στο πλέγμα. Επειδή κάθε τεταρτοκύκλιο έχει την ίδια ακτίνα με τον κύκλο άρα τα 4 χρωματισμένα τεταρτοκύκλια έχουν εμβαδόν 50,24 ενώ όλο το τετράγωνο έχει εμβαδόν 100 τετ. εκ.

Αυτό σημαίνει ότι το χρωματισμένο μέρος έχει εμβαδόν λίγο μεγαλύτερο από το αχρωμάτιστο.

Απάντηση: (Γ)

15

Στην παρακάτω εικόνα υπάρχουν 6 ίδια τρίγωνα που το κάθε ένα έχει πλευρές 3cm, 7cm και 8cm. Πόση είναι η περίμετρος του σχήματος; (το μπλε δωδεκάπλευρο)



- A) 60cm B) 66cm Γ) 72cm Δ) 90cm Ε) 108cm

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Υπάρχουν 2 διαφορετικά τμήματα που επαναλαμβάνονται.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Υπολογίζω καθένα από τα δύο βασικά τμήματα της περιμέτρου. Υπάρχουν 6 τμήματα των 5cm και 6 τμήματα των 7cm.
Απάντηση: (Γ)

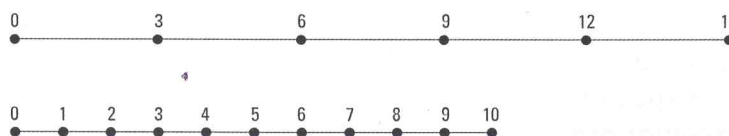
16

Δίνονται οι παρακάτω εντολές
α) Κατασκεύασε μία αριθμογραμμή των αριθμών 0, 3, 6, 9, 12, 15
β) Κατασκεύασε μία αριθμογραμμή των αριθμών 0, 1, 2, 3, 4 μέχρι και το 10.
γ) Χώρισε το 4^ο τμήμα σε 4 ίσα μέρη
δ) Χώρισε το 10^ο τμήμα σε 4 ίσα μέρη
ε) Βάλε μία τελεία στο τέλος του 1^{ου} κομματιού από αυτά που δημιουργήσες στο προηγούμενο βήμα.
Ποια από τις παρακάτω σειρές εντολών πρέπει να χρησιμοποιήσουμε για να παραστήσουμε τον αριθμό $9\frac{3}{4}$ πάνω στην αριθμογραμμή;

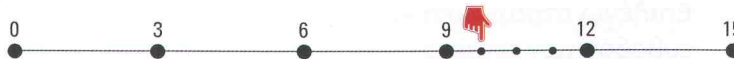
- A) α) → γ) → δ) B) α) → γ) → ε) Γ) β) → δ) → ε)
Δ) β) → γ) → ε) Ε) όλες οι προηγούμενες

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Το ακέραιο μέρος είναι το 9 ενώ ο αριθμητής του κλάσματος είναι 3.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Ένα κατάλληλο πρόχειρο σχήμα θα μπορούσε να αποκαλύψει τη σωστή σειρά κατασκευών.



Παρατηρώ ότι η ενέργεια ε) εντοπίζει τον αριθμό $9\frac{3}{4}$ μόνο στην αριθμογραμμή που είναι χωρισμένη ανά 3 αριθμούς.

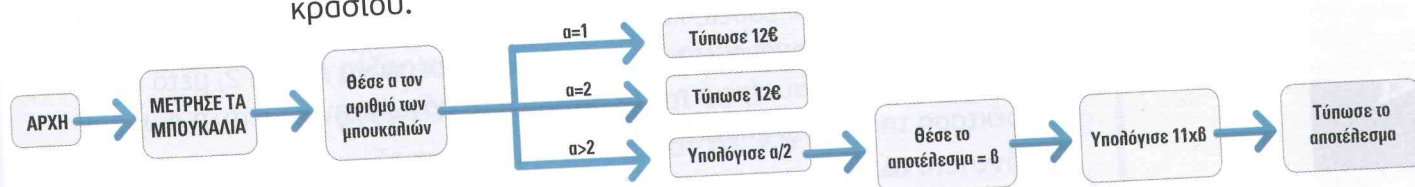


Το διάστημα από 9 έως 12 έχει χωριστεί σε 4 τμήματα άρα κάθε τμήμα είναι ίσο με $\frac{3}{4}$

Απάντηση: (B)

17

Σε ένα super market μία εταιρεία εμφιαλωμένων κρασιών ζητά από το κατάστημα να εφαρμόζει τον παρακάτω αλγόριθμο για να υπολογίζει το ποσό που θα πληρώσει ένας πελάτης που αγοράζει την συγκεκριμένη μάρκα κρασιού.



Τι από τα παρακάτω ισχύει;

- A) Αν κάποιος αγοράσει περισσότερα από 10 μπουκάλια δεν μπορεί να υπολογιστεί το κόστος.
 B) Είναι προτιμότερο κάποιος να αγοράσει 4 μπουκάλια μαζεμένα παρά 2 μπουκάλια μία ημέρα και 2 μπουκάλια άλλη ημέρα.
 Γ) Είναι προτιμότερο κάποιος να αγοράσει 10 μπουκάλια μαζεμένα παρά 5 μπουκάλια τη μία ημέρα και 5 μπουκάλια άλλη ημέρα.
 Δ) Συμφέρει να αγοράζει κάποιος ζυγό αριθμό από μπουκάλια παρά μονό αριθμό.
 Ε) Κανένα από τα προηγούμενα.

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Μπορώ να υπολογίσω πόσο κοστίζει οποιοδήποτε αριθμός μπουκαλιών κρασιού.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω:

Υπολογίζω το κόστος των 2 μπουκαλιών, των 4 μπουκαλιών, των 5 και των 10.

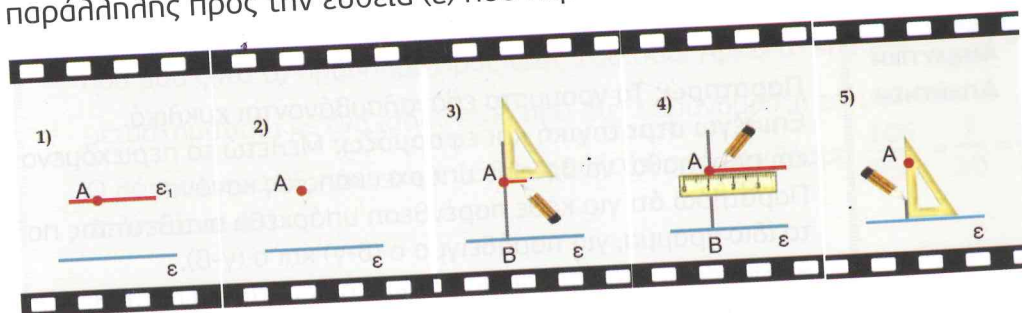
Τα 2 μπουκάλια κοστίζουν 12€, τα 4 μπουκάλια κοστίζουν $\frac{4}{2} \times 11 = 22\text{€}$, τα 5 μπουκάλια κοστίζουν $\frac{5}{2} \times 11 = 27,5\text{€}$ και τα 10 μπουκάλια κοστίζουν $\frac{10}{2} \times 11 = 55\text{€}$.

Από τους υπολογισμούς αυτούς προκύπτει ότι όταν κάποιος αγοράζει 2 μπουκάλια χρεώνεται 6€ το ένα μπουκάλι, ενώ αν αγοράσει 4 χρεώνεται 5,5€ το ένα μπουκάλι.

Απάντηση: (B)

18

Οι παρακάτω 5 εικόνες προέρχονται από την κατασκευή μιας ευθείας παράλληλης προς την ευθεία (ε) που περνά από ένα σημείο Α.



Ποια είναι η σωστή σειρά της κατασκευής;

- A) 1, 2, 4, 5, 3
 Γ) 2, 5, 4, 3, 1
 Ε) 1, 2, 3, 4, 5

- B) 5, 3, 1, 4, 2
 Δ) 2, 5, 3, 4, 1

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Τα γεωμετρικά όργανα χρησιμοποιούνται μετά από την εικόνα 2.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Παρατηρώ και βρίσκω την πρώτη εικόνα, που θα πρέπει να περιέχει μόνο το σημείο και την ευθεία, την τελευταία που θα περιέχει μόνο την ευθεία και την παράλληλη και τις ενδιάμεσες φάσεις με τα γεωμετρικά όργανα. Η πρώτη εικόνα θα πρέπει να είναι η 2, μετά η 5 με την κάθετη, στη συνέχεια η 3 με την κάθετη πάνω στην κάθετη, η 4 με την προέκταση της ευθείας και τέλος η 1.

Απάντηση: (Δ)

19

Δίνεται η εξίσωση: $x+x+x+x+x = \frac{3x}{2} + x + 7 + \frac{x}{2}$. Τι από τα παρακάτω ισχύει;

A) ο αριθμός x είναι ίσος με 3,5

B) ο αριθμός x είναι άρτιος

Γ) ο αριθμός x είναι ίσος με $\frac{1}{2}$

Δ) ο αριθμός x έχει 4 μη μηδενικά δεκαδικά ψηφία

E) η εξίσωση είναι αόριστη (ταυτότητα)

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Στο δεύτερο μέλος τα κλάσματα είναι ομώνυμα.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Υπολογίζω πόσα x έχω στο πρώτο και πόσα στο δεύτερο μέλος. Στο πρώτο μέλος έχω 5x ενώ στο δεύτερο έχω συνολικά 3x.

Η εξίσωση μετασχηματίζεται άμεσα σε $2x=7$ οπότε $x = \frac{7}{2}$

Απάντηση: (A)

20

Ποιο είναι το αποτέλεσμα των παρακάτω πράξεων;

$$a \cdot (b - \gamma) + b \cdot (\gamma - a) + \gamma \cdot (a - b) + a \cdot (\gamma - b) + b \cdot (a - \gamma) + a \cdot (b - \gamma) + \gamma \cdot (b - a) + a \cdot (\gamma - b)$$

A) $a+b+\gamma$

B) $a-b+b \cdot \gamma + \gamma \cdot a$

Γ) $a \cdot b \cdot \gamma \cdot \delta$

Δ) 0

E) κανένα από τα προηγούμενα

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Τα γράμματα επαναλαμβάνονται κυκλικά.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Μελετώ το περιεχόμενο της κάθε παρένθεσης και προσπαθώ να βρω αν υπάρχει κάποιος κανόνας.

Παρατηρώ ότι για κάθε παρένθεση υπάρχει η αντίθετή της πολλαπλασιασμένη επί το ίδιο γράμμα, για παράδειγμα $a \cdot (b - \gamma)$ και $a \cdot (\gamma - b)$.

Αν εκτελέσω τις πράξεις θα προκύψουν αντίθετα αποτελέσματα άρα το άθροισμά τους θα είναι 0.

Απάντηση: (Δ)

21

Δίνεται η εξίσωση $234.578x - 5.127 = 1.385x + 7.342$.
Τι ισχύει από τα παρακάτω;

- Α) ρίζα της εξίσωσης είναι ο αριθμός 13
- Β) ρίζες της εξίσωσης είναι οι αριθμοί 4 και 5
- Γ) ρίζα της εξίσωσης είναι το 0
- Δ) ρίζα της εξίσωσης είναι το 3,5
- Ε) τίποτα από τα προηγούμενα.

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Οι συντελεστές του αγνώστου x είναι πολύ μεγάλοι, ιδιαίτερα στο 234.578 x .

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Ένας αριθμός είναι ρίζα εξίσωσης εάν την επαληθεύει, δηλαδή εάν αντικαθιστώντας τον αριθμό και στα 2 μέλη ισχύει η ισότητα.

Παρατηρώ (χωρίς πράξεις) ότι οι τιμές των απαντήσεων Α), Γ), Δ) δεν επαληθεύουν την ισότητα και η απάντηση Β) προφανώς δεν ισχύει γιατί είναι αδύνατο η εξίσωση να έχει 2 ρίζες.

Απάντηση: (Ε)

22

Σε μία πόλη ρωτήθηκαν 150 εργαζόμενοι, τυχαία επιλεγμένοι, για τη συχνότητα που χρησιμοποιούν λεωφορείο να πάνε στη δουλειά τους. Από αυτούς οι 105 είπαν ότι χρησιμοποιούν λεωφορείο 3 τουλάχιστον φορές την εβδομάδα. Πόσοι εργαζόμενοι στους 100.000 αναμένεται να χρησιμοποιούν λεωφορείο 3 τουλάχιστον φορές την εβδομάδα;

- Α) 55.000
- Β) 70.000
- Γ) 72.500
- Δ) 75.000
- Ε) 80.000

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Το πρόβλημα μας δίνει τον λόγο αυτών που χρησιμοποιούν λεωφορείο τουλάχιστον 3 φορές την εβδομάδα προς το σύνολο των ερωτηθέντων.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Ο λόγος (το κλάσμα) αυτών που χρησιμοποιούν λεωφορείο τουλάχιστον 3 φορές την εβδομάδα προς το σύνολο των ερωτηθέντων θα πρέπει να είναι ίσος με τον λόγο του αριθμού που μου ζητά το πρόβλημα προς τους 100.000. Αρκεί το κλάσμα $\frac{105}{150}$ να το μετασχηματίσω με ένα ισοδύναμο που έχει παρονομαστή το 100.000

Ο λόγος των 105 προς τους 150 εκφράζεται από το κλάσμα $\frac{105}{150} = \frac{7}{10} = \frac{70.000}{100.000}$

Απάντηση: (Β)



23

Οι μαθητές της Α' τάξης ενός Γυμνασίου είναι 69. Οι μαθητές, σε ένα από τα τρία τμήματα της Α' τάξης, έγραψαν επαναληπτικό διαγώνισμα στη Γεωμετρία. Ο μέσος όρος των επιδόσεών τους ήταν 10. Τι από τα παρακάτω αποκλείεται να συμβαίνει;

- Α) 4 μαθητές να έχουν βαθμό 20
 Β) οι περισσότεροι μαθητές να έχουν πάρει βαθμό μεγαλύτερο από 10
 Γ) 5 μαθητές να έδωσαν λευκή κόλλα
 Δ) 12 μαθητές να έχουν επιδόσεις από 10 μέχρι 14
 Ε) κανένα από τα προηγούμενα

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Κάθε τμήμα θα έχει περίπου 23 μαθητές.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Μελετώ κάθε απάντηση και σκέπτομαι πως προκύπτει ο μέσος όρος μιας βαθμολογίας.

Κάθε μία κατάσταση από αυτές που περιγράφονται στις απαντήσεις Α), Β), Γ), Δ) μπορεί να είναι εφικτή. Αν για παράδειγμα 11 μαθητές είχαν επίδοση κάτω από 6 τότε όλα μπορεί να πραγματοποιηθούν.

Απάντηση: (Ε)

24

Τρεις κηπουροί Α, Β, Γ πρόκειται να "κουρέψουν" το χορτάρι (γκαζόν) τριών διαφορετικών κήπων. Η περιοχή που θα κουρέψει ο Α έχει διπλάσια έκταση από την περιοχή του Β και τριπλάσια από την περιοχή του Γ. Το μηχάνημα που χρησιμοποιεί ο Β έχει 50% μεγαλύτερη απόδοση από το μηχάνημα που χρησιμοποιεί ο Γ, ενώ το μηχάνημα που χρησιμοποιεί ο Γ έχει το ένα τρίτο της απόδοσης από αυτή που έχει το μηχάνημα του Α. Οι τρεις κηπουροί ξεκινούν συγχρόνως το κούρεμα της περιοχής τους. Ποιος θα τελειώσει πρώτος;

- Α) και οι τρεις θα τερματίσουν συγχρόνως
 Β) ο Β
 Γ) ο Γ
 Δ) ο Α
 Ε) οι Α και Γ



ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Δίνονται οι σχέσεις μεταξύ των αποδόσεων των μηχανημάτων καθώς και οι σχέσεις μεταξύ των εκτάσεων των κήπων που πρόκειται να "κουρέψουν"

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Επειδή οι αποδόσεις των μηχανημάτων εκφράζονται σε σχέση με την απόδοση του Γ καλό θα είναι να υπολογίσω και τις εκτάσεις των κήπων σε σχέση με την έκταση του Γ. Η κατασκευή ενός πίνακα θα μου δείξει ποιος θα τελειώσει πρώτος. Ας υποθέσουμε ότι η έκταση για τον κηπουρό Γ είναι x και η απόδοση του μηχανήματός είναι a .

	Έκταση	Απόδοση
Κηπουρός Γ	x	a
Κηπουρός Β	$1,5x$	$1,5a$
Κηπουρός Α	$3x$	$3a$

Εδώ παρατηρώ ότι η σχέση (ο λόγος) έκτασης προς απόδοση είναι σταθερή, $\frac{x}{a}$ άρα και οι τρεις κηπουροί θα τερματίσουν συγχρόνως.

Απάντηση: (Α)

Σε μία κατασκήνωση τον Ιούλιο τα κορίτσια ήταν τα $\frac{5}{6}$ των αγοριών, ενώ τον Αύγουστο τα αγόρια ήταν $\frac{3}{5}$ των κοριτσιών. Συνολικά και στους δύο μήνες ο αριθμός των αγοριών ήταν ίσος με τον αριθμό των κοριτσιών.

Ποιος μπορεί να ήταν ο συνολικός αριθμός των παιδιών κατά τους μήνες Ιούλιο και Αύγουστο;

Α) 40

Β) 50

Γ) 60

Δ) 80

Ε) 85

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Γνωρίζω το λόγο των κοριτσιών προς τα αγόρια τον Ιούλιο καθώς και το λόγο των κοριτσιών προς τα αγόρια το Αύγουστο.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω:

Τον Ιούλιο ο αριθμός των παιδιών ήταν πολλαπλάσιο του 11 ενώ τον Αύγουστο ήταν πολλαπλάσιο του 8. Μόνο ο αριθμός 60 προκύπτει από ένα άθροισμα της μορφής: πολλαπλάσιο του 11+πολλαπλάσιο του 8 = 44+16=60.

Εναλλακτικά:

Ένας περισσότερο εμπειρικός-αναλυτικός τρόπος υπολογισμού είναι να κατασκευάσουμε 2 πίνακες, έναν για τον Ιούλιο και έναν για τον Αύγουστο

ΙΟΥΛΙΟΣ		ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	
ΑΓΟΡΙΑ	ΚΟΡΙΤΣΙΑ	ΑΓΟΡΙΑ	ΚΟΡΙΤΣΙΑ
6	5	3	5
12	10	6	10
18	15	9	15
24	20	12	20
30	25	15	25

Στους παραπάνω πίνακες είναι φανερό ότι τα αγόρια ήταν συνολικά 30 (24+6) το ίδιο και τα κορίτσια (20+10).

Απάντηση: (Γ)

Θέμα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Απάντηση	(Ε)	(Γ)	(Α)	(Γ)	(Α)	(Δ)	(Β)	(Β)	(Β)	(Γ)

Θέμα	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Απάντηση	(Α)	(Β)	(Ε)	(Γ)	(Γ)	(Β)	(Β)	(Δ)	(Α)	(Δ)

Θέμα	21	22	23	24	25
Απάντηση	(Ε)	(Β)	(Ε)	(Α)	(Γ)