Απαντήσεις Θεμάτων

από τη Συντακτική Επιτροπή

Τάξη Γ' Γυμνασίου

1 Από την ισότητα $3^1 \times 27^3 \times 81^4 = 3^v$ ποια τιμή προκύπτει για τον ακέραιο αριθμό ν;

Α) 30 **Β) 26** **Γ) 20** **Δ) 15** **Ε) 10**

Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Όλοι οι παράγοντες είναι δυνάμεις του 3.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Εκφράζω όλες τις δυνάμεις ως δυνάμεις του 3. Ισχύει $3^1 \times 27^3 \times 81^4 = 3^1 \times 3^9 \times 3^{16} = 3^{26}$.
Απάντηση: (Β)

2 Κατά πόσο μεγαλύτερο είναι το κλάσμα $\frac{25}{24}$ από το κλάσμα $\frac{24}{25}$;

Α) κατά $\frac{1}{24}$ **Β) κατά $\frac{1}{25}$** **Γ) κατά $\frac{1}{600}$** **Δ) κατά $\frac{49}{600}$**
Ε) κανένα από τα προηγούμενα

Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Οι αριθμοί 24 και 25 είναι διαδοχικοί και 24×25=600.
Επιλέγω Στρατηγική & Εφαρμόζω: Μπορούμε νοερά να υπολογίσουμε τη διαφορά ως εξής: $\frac{25}{24} - \frac{24}{25} = \frac{25^2-24^2}{600} = \frac{(25-24)(25+24)}{600} = \frac{49}{600}$
Εναλλακτικός τρόπος σκέψης: Το κλάσμα $\frac{24}{25}$ είναι κατά $\frac{1}{25}$ μικρότερο της μονάδας ενώ το $\frac{25}{24}$ είναι κατά $\frac{1}{24}$ μεγαλύτερο της μονάδας.
Το άθροισμα $\frac{1}{25} + \frac{1}{24}$ έχει σίγουρα αριθμητή το 25+24=49.
Απάντηση: (Δ)

3 Το άθροισμα των ψηφίων ενός πενταψήφιου αριθμού είναι 4 ποιο είναι το γινόμενο των ψηφίων του αριθμού;

Α) 24 **Β) 32** **Γ) 0** **Δ) 12** **Ε) 18**

Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Το άθροισμα των 5 ψηφίων είναι μικρότερο του 5.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Εξετάζω τις δυνατές τιμές που μπορεί να πάρουν τα ψηφία του αριθμού. Εφόσον 5 μονοψήφιοι αριθμοί έχουν άθροισμα μικρότερο του 5 άρα ένας τουλάχιστον αριθμός είναι ίσος με 0.
Απάντηση: (Γ)

4 Κατά τι ποσοστό πρέπει να αυξηθεί το $\sqrt{5}$ για να γίνει $\sqrt{125}$;

Α) 5% **Β) 25%** **Γ) 50%** **Δ) 400%** **Ε) 500%**

Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Το 125 είναι πολλαπλάσιο του 25.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Εφαρμόζω ιδιότητες των ριζών, συγκεκριμένα την ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν α και β μη αρνητικοί αριθμοί τότε $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$
Έχω $\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = 5\sqrt{5}$ άρα έχω πενταπλασιασμό του $\sqrt{5}$ δηλαδή αύξηση 400 %.
Απάντηση: (Δ)

5

Για να βάψουμε το μικρό τετράγωνο που έχει πλευρά 1μέτρο και 50 εκατοστά χρειαζόμαστε 600γρ. μπογιά. Για να βάψουμε το μεγάλο τετράγωνο θα χρειαστούμε 5,4 κιλά μπογιά.
Πόση είναι η πλευρά του μεγάλου τετραγώνου;

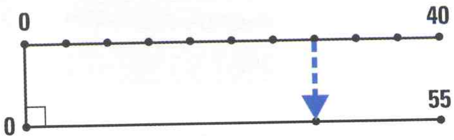
Α) 9 m **Β) 5,4 m** **Γ) 4,5 m** **Δ) 4 m** **Ε) 3 m**

Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Το θέμα αναφέρεται σε σχέση μεταξύ τετραγώνων.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Θα συσχετίσω την ποσότητα της μπογιάς που χρειάζεται για να βαφτεί ένα τετράγωνο με το εμβαδόν του τετραγώνου.
Παρατηρούμε ότι η μπογιά που χρειάζεται το μεγάλο τετράγωνο είναι 9 φορές περισσότερη από την μπογιά που χρειάζεται το μικρό.
Αυτό σημαίνει ότι το μεγάλο τετράγωνο έχει 9πλάσιο εμβαδόν από το εμβαδόν του μικρού τετραγώνου και επομένως τριπλάσια πλευρά.
Απάντηση: (Γ)

6

Τα δύο κομμάτια αριθμογραμμών έχουν το ίδιο μήκος. Το επάνω κομμάτι είναι χωρισμένο σε ίσα τμήματα.



Ποιος αριθμός θα πρέπει να τοποθετηθεί στην κάτω αριθμογραμμή στο σημείο που δείχνει το βέλος;

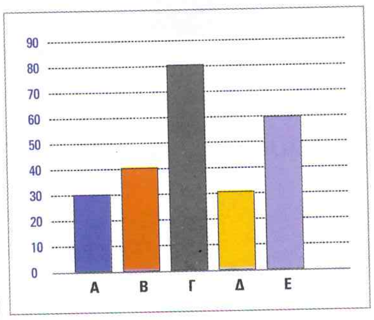
Α) 38,5 **Β) 40** **Γ) 42,5** **Δ) 45** **Ε) 50**

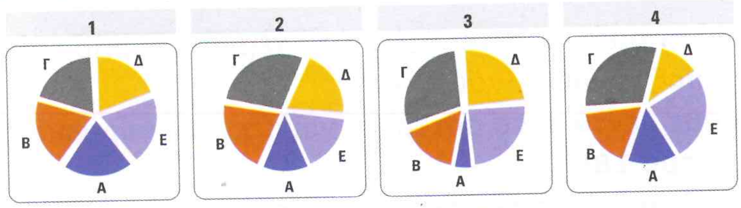
Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Η επάνω αριθμογραμμή είναι χωρισμένη σε 10 τμήματα.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Υποθέτω ότι όπως και η επάνω γραμμή έτσι και η κάτω αριθμογραμμή θα είναι χωρισμένη σε 10 ίσα τμήματα.
Η επάνω αριθμογραμμή είναι χωρισμένη σε 10 τμήματα και στα σημεία της βρίσκονται πολλαπλάσια του 4. Αν σκεφτούμε ανάλογα και για την κάτω θα μπορούσαμε να υποθέσουμε ότι είναι χωρισμένη σε 10 τμήματα και σε κάθε σημείο της αντιστοιχούν πολλαπλάσια του 5,5. Καθώς στην επάνω αριθμογραμμή το βέλος βρίσκεται στο $7^{ο}$ πολλαπλάσιο του 4 άρα και στην κάτω θα βρίσκεται στο $7^{ο}$ πολλαπλάσιο του 5,5 δηλαδή στον αριθμό 38,5.
Απάντηση: (Α)

7

Μία αντιπροσωπεία αυτοκινήτων διαθέτει 5 διαφορετικά μοντέλα αυτοκινήτων, τα Α, Β, Γ, Δ και Ε. Στο διπλανό διάγραμμα παριστάνονται με στήλες οι πωλήσεις των 5 μοντέλων σε ένα μήνα. Ποιο από τα παρακάτω γραφήματα ταιριάζει με το διπλανό διάγραμμα;





Α) το 1 και το 3 **Β) το 2 και το 4** **Γ) μόνο το 4**
Δ) μόνο το 2 **Ε) Κανένα από τα προηγούμενα**

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Οι ποσότητες στο βασικό γράφημα εκφράζονται με το ύψος κάθε στήλης ενώ στα κυκλικά γραφήματα εκφράζονται με άνοιγμα γωνίας.

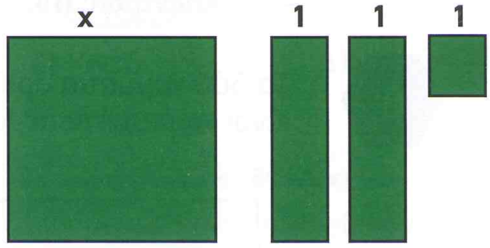
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Μελετώ κάθε ένα από τα 4 κυκλικά διαγράμματα και συσχετίζω το άνοιγμα των γωνιών με το ύψος των στηλών στο βασικό διάγραμμα.

Το πλήθος των πωλήσεων στα Α και Δ μοντέλα είναι ίδιο ενώ τις περισσότερες πωλήσεις έχει το Γ και ακολουθεί το Ε. Αυτά παριστάνονται μόνο στο 4.

Απάντηση: (Γ)

8

Για την παρακάτω εικόνα υπάρχουν οι εξής πληροφορίες.
α) Υπάρχουν δύο τετράγωνα
β) Τα δύο ορθογώνια έχουν ύψος ίσο με την πλευρά του ενός τετραγώνου.
Ποια από τις παρακάτω παραστάσεις εκφράζει πάντα το άθροισμα των εμβαδών των τεσσάρων σχημάτων;



Α) $x \cdot (x+1)+1$ **Β) $(x+1)^2$** **Γ) x^2+3** **Δ) $(x+3) \cdot x$**

Ε) κανένα από τα προηγούμενα

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Μπορώ να υπολογίσω τα εμβαδά των 4 σχημάτων και το άθροισμά τους.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Υπολογίζω το εμβαδόν των δύο τετραγώνων και των δύο ορθογωνίων και τα προσθέτω.

Το μεγάλο τετράγωνο έχει εμβαδόν x^2, το μικρό τετράγωνο έχει εμβαδόν 1 και κάθε ένα από τα ορθογώνια έχει εμβαδόν x.

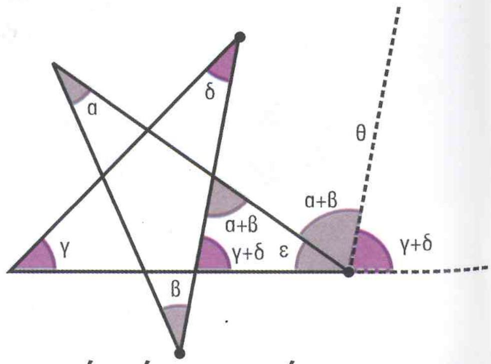
Το συνολικό εμβαδόν είναι ίσο με $x^2+x+x+1= x^2+2x+1=(x+1)^2$

Απάντηση: (Β)

9

Ο καθηγητής των Μαθηματικών κατασκεύασε στον πίνακα το παρακάτω σχήμα καθώς ήθελε να αποδείξει μία μαθηματική πρόταση χωρίς λόγια.

Ποια από τις παρακάτω προτάσεις ήθελε να αποδείξει;



Α) Δύο τρίγωνα έχουν άθροισμα γωνιών 360°.

Β) Σε δύο παράλληλες ευθείες που τέμνονται από τρίτη οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες.

Γ) Σε κάθε πεντάγωνο αστέρι οι γωνίες των κορυφών του έχουν άθροισμα 180°.

Δ) Σε κάθε αστεροειδές σχήμα οι οξείες γωνίες του είναι συμπληρωματικές.

Ε) Κανένα από τα προηγούμενα.

Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Υπάρχουν ίσες εντός εναλλάξ γωνίες είναι (είναι οι α+β) άρα παράλληλες ευθείες.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Μελετώ μία προς μία τις γωνίες και τον τρόπο που "μεταφέρονται" από κάποια κορυφή σε άλλο σημείο του σχήματος. Φαίνεται ότι ο κατασκευαστής έχει φέρει την ευθεία θ παράλληλη προς μία πλευρά του πεντάγωνου αστεριού με στόχο να "μεταφέρει" τις γωνίες του αστεριού με κοινή κορυφή, ώστε να γίνουν διαδοχικές.
Έτσι χωρίς να χρησιμοποιήσουμε το άθροισμα γωνιών τριγώνου, αποδεικνύουμε την πρόταση Γ.
Απάντηση: (Γ)

10

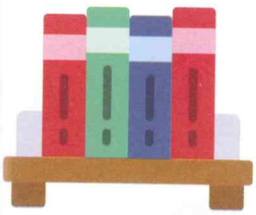
Ο τριψήφιος αριθμός 51Α (Α είναι το ψηφίο των μονάδων) είναι πολλαπλάσιο του 3. Πόσες τιμές μπορεί να πάρει ο μονοψήφιος ακέραιος Α;

Α) 1 **Β)5** **Γ) 6€** **Δ) 4** **Ε) δεν μπορούμε να υπολογίσουμε**

Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Θέλω ένας τριψήφιος αριθμός να διαιρείται με το 3.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Εξετάζω όλες τις δυνατές περιπτώσεις με βάση το κριτήριο διαιρετότητας ενός αριθμού με το 3.
Για να διαιρείται ένας αριθμός με το 3 πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του να διαιρείται με το 3, δηλαδή να είναι πολλαπλάσιο του 3, άρα:
5+1+Α=6+Α=πολλαπλάσια του 3. Δυνατές περιπτώσεις:
6+Α=3 προφανώς είναι αδύνατον,
6+Α=6 άρα Α=0,
6+Α=9 άρα Α=3,
6+Α=12 άρα Α=6,
6+Α=15 άρα Α=9
Αν 6+Α=18 τότε Α=12 που είναι αδύνατον
Απάντηση: (Δ)

11



Σε ένα ράφι υπάρχουν μόνο 5 βιβλία το ένα δίπλα στο άλλο:
Μαθηματικά, Ιστορία, Αγγλικά, Φυσική και Γλώσσα.
Αριστερά του βιβλίου της Γλώσσας δεν υπάρχει άλλο βιβλίο
Αμέσως μετά τα Μαθηματικά βρίσκεται το βιβλίο της Ιστορίας
Δεξιά της Φυσικής δεν υπάρχει άλλο βιβλίο.
Ποιο βιβλίο μπορεί να βρίσκεται αμέσως μετά τα Αγγλικά;

Α) η Ιστορία **Β) η Γλώσσα** **Γ) μόνο η Φυσική**
Δ) τα Μαθηματικά ή η Φυσική **Ε) δεν μπορούμε να γνωρίζουμε**

Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Τα δύο ακραία βιβλία είναι της Γλώσσας, στην αρχή, και της Φυσικής, στο τέλος.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω:
Με βάση τα δεδομένα η σειρά των βιβλίων, χωρίς τα Αγγλικά, είναι η εξής: Γλώσσα .... Μαθηματικά Ιστορία .... Φυσική. Τα Αγγλικά θα βρίσκονται σε μία από τις δύο θέσεις μεταξύ Γλώσσας και Μαθηματικών ή μεταξύ Ιστορίας και Φυσικής.
Απάντηση: (Δ)

12

Σε ένα τουρνουά πίνγκ πόνγκ πήραν μέρος 6 άτομα τα Α, Β, Γ, Δ, Ε και Ζ. Κάθε άτομο έπαιξε μία μόνο φορά με κάθε ένα από τα άλλα άτομα.
Αν το άτομο Α κέρδισε σε 4 αγώνες, το Β κέρδισε σε 3 αγώνες, το Γ κέρδισε σε 2 αγώνες, το Δ κέρδισε σε 2 αγώνες και το Ε κέρδισε σε 2 αγώνες, σε πόσους αγώνες κέρδισε το άτομο Ζ;

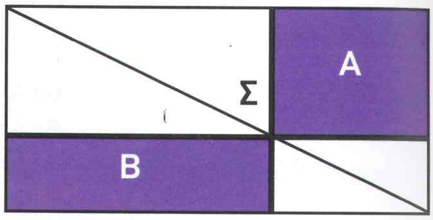
Α) 0 Β) 1 Γ) 2 Δ) 3 Ε) 4

Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Κάθε άτομο έπαιξε μία μόνο φορά με κάθε ένα από τα υπόλοιπα άτομα.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Βρίσκω τους συνολικούς αγώνες που έγιναν και τος αγώνες που έπαιξε κάθε άτομο.
Πρώτα θα πρέπει να βρούμε πόσοι αγώνες πραγματοποιήθηκαν. Ο Α έπαιξε 5 αγώνες με τους υπόλοιπους 5. Ο Β έπαιξε 5 αγώνες αλλά ο ένας από αυτούς έχει μετρηθεί με τον Α άρα έχει παίξει 4 διαφορετικούς. Σκεπτόμενοι όμοια ο Γ έχει παίξει 3 διαφορετικούς αγώνες ο Δ 2 αγώνες, ο Ε 1 αγώνα. Συνολικά έχουν παιχτεί 5+4+3+2+1=15 αγώνες άρα έχουν καταχωρηθεί συνολικά 15 νίκες.
Οι νίκες των Α, Β, Γ, Δ και Ε είναι 13 άρα για τον Ζ απομένουν 2 νίκες.
Απάντηση: (Γ)

13

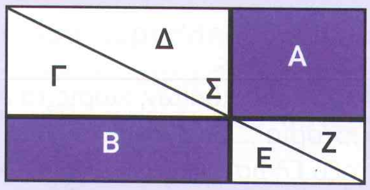
Σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, από ένα τυχαίο σημείο Σ της διαγωνίου του έχουμε φέρει κάθετες προς τις πλευρές, οπότε δημιουργήθηκαν τα δύο σκιασμένα ορθογώνια παραλληλόγραμμα Α και Β. Τι από τα παρακάτω ισχύει πάντα (δηλαδή ισχύει όπου και αν βρίσκεται το σημείο Σ);



Α) Το εμβαδόν του Β είναι διπλάσιο από το εμβαδόν του Α
Β) Το άθροισμα των εμβαδών του Α και του Β είναι ίσο με το μισό εμβαδόν του μεγάλου ορθογωνίου
Γ) Το εμβαδόν του Α είναι ίσο με το εμβαδόν του Β
Δ) Το εμβαδό του Α είναι μεγαλύτερο του εμβαδού του Β
Ε) κανένα από τα προηγούμενα.

Αναλυτική Απάντηση

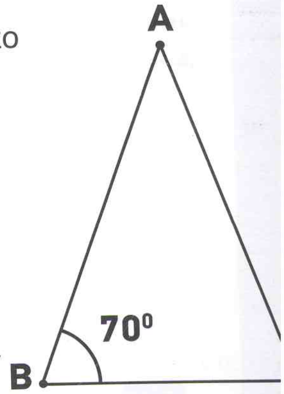
Παρατηρώ: Το σχήμα είναι χωρισμένο σε τρίγωνα και ορθογώνια.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Με βάση τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου συγκρίνω τα εμβαδά των επιμέρους σχημάτων.
Το μεγάλο ορθογώνιο είναι χωρισμένο σε δύο ίσα τρίγωνα, δηλαδή ισχύει Γ+Β+Ε=Δ+Α+Ζ. όμως Γ=Δ και Ε=Ζ επομένως και Α=Β.



Απάντηση: (Γ)

14

Θέλουμε να εξηγήσουμε γιατί η γωνία της κορυφής Α στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) είναι ίση με 40^0.
Ποια από τις παρακάτω εξηγήσεις είναι η περισσότερο τεκμηριωμένη;



Είναι 40^0

Α) γιατί το τρίγωνο είναι οξυγώνιο και ισοσκελές.

Β) γιατί έχει 2 ίσες γωνίες, αφού είναι ισοσκελές, και το άθροισμα των γωνιών του είναι ίσο με 180^0.

Γ) γιατί στα ισοσκελή τρίγωνα το άθροισμα των γωνιών τους είναι 180^0 και δεν έχουν ορθή γωνία.

Δ) γιατί τα ισοσκελή τρίγωνα έχουν 2 ίσες γωνίες άρα η τρίτη γωνία είναι μικρότερη κατά 30^0 από τις δύο άλλες ίσες γωνίες.

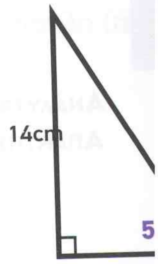
Ε) όλες οι προηγούμενες είναι τεκμηριωμένες.

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Γνωρίζω μία από τις δύο γωνίες της βάσης σε ένα ισοσκελές τρίγωνο.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Αξιοποιώ τις ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου και το άθροισμα των γωνιών τριγώνου.
Στο Β) αξιοποιείται το ισοσκελές τρίγωνο σε συνδυασμό με το άθροισμα γωνιών τριγώνου. Οι Α), Γ) και Δ) εκφράζουν κάτι που είναι είτε λάθος είτε γενικόλογη ταυτολογία.
Απάντηση: **(Β)**

15

Στο παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο πόσα άγνωστα στοιχεία (πλευρές και γωνίες) μπορούν να υπολογισθούν;



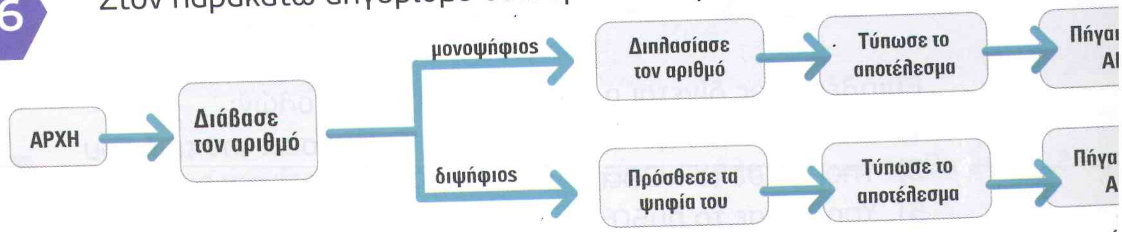
Α) 1 **Β)2** **Γ) 3** **Δ)4**
Ε) κανένα

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Στο ορθογώνιο τρίγωνο δίνονται μία οξεία γωνία και μία πλευρ
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Εφόσον γνωρίζω μία οξεία γωνία μπο
να αξιοποιήσω την τριγωνομετρία.
Αρχικά μπορώ να υπολογίσω την άλλη οξεία γωνία (90^0-55^0=35^0).
Με τη βοήθεια της τριγωνομετρίας μπορώ να υπολογίσω την δεύτερη κάθετη πλευρά. Τέλος με τη βοήθεια του Πυθαγορείου θεωρήματος ή της τριγωνομετρίας μπορώ να υπολογίσω και την υποτείνουσα.
Απάντηση: **(Γ)**

16

Στον παρακάτω αλγόριθμο θέτουμε στην αρχή τον αριθμό 1.



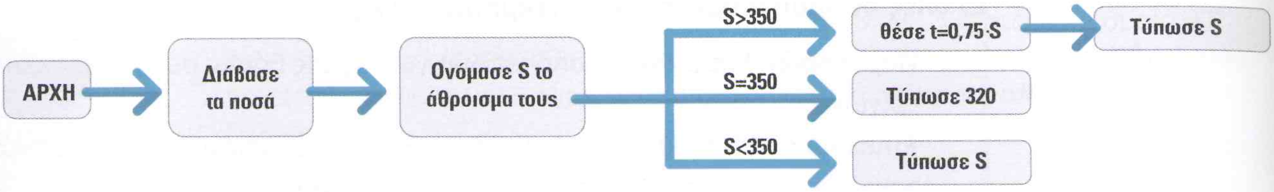
Πόσες φορές θα πρέπει να επαναλάβουμε τον αλγόριθμο για να τυπώσει στο τέ
τον αριθμό 1 για δεύτερη φορά;

Α) 9 **Β) 10** **Γ) 18** **Δ) 20** **Ε) 20**

Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Μετά από κάθε ενέργεια τυπώνει το αποτέλεσμα και το μεταφέρει στην αρχή.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Καταγράφω έναν προς ένα τους αριθμούς που τυπώνει κάθε φορά.
Θα τυπώσει στη σειρά τους αριθμούς 2, 4, 8, 16, 7, 14, 5, 10, 1 .
Αυτό σημαίνει ότι κάθε 9 επαναλήψεις τυπώνει τον αριθμό 1 και επομένως θα χρειαστούν 18 επαναλήψεις για να τυπώσει 18 φορές τον αριθμό 1.
Απάντηση: (Γ)

17 Ο κ. Βρασίδας έκανε κάποιες αγορές σε έναν χώρο. Στον χώρο αυτό το συνολικό ποσό που θα έπρεπε να πληρώσει ο πελάτης προέκυπτε με βάση την παρακάτω διαδικασία.



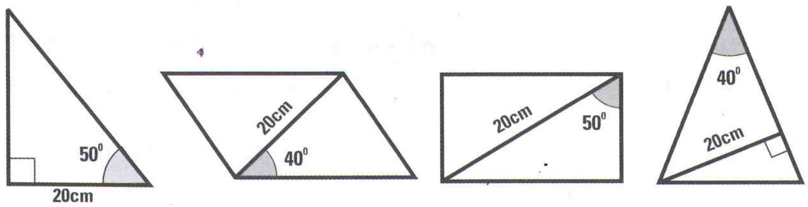
Σε τι χώρο, κατά πάσα πιθανότητα, βρισκόταν ο κύριος Βρασίδας;

Α) Σε super market
Β) Σε περίπτερο
Γ) Σε κατάστημα ρούχων
Δ) Σε τράπεζα
Ε) Σε δημόσια βιβλιοθήκη

Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Ο αλγόριθμος κάνει έκπτωση σε κάποιο ποσό σε σχέση με το 350.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Σκέπτομαι σε τι κατάστημα αφενός τα προϊόντα μπορεί να προσεγγίσουν τα 350€ και αφετέρου γίνεται έκπτωση από κάποιο ποσό αγορών και επάνω.
Ο πλέον πιθανός χώρος είναι το κατάστημα ρούχων.
Απάντηση: (Γ)

18 Δίνονται τέσσερα Γεωμετρικά σχήματα: ορθογώνιο τρίγωνο, πλάγιο παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και ισοσκελές τρίγωνο.



Επιπλέον μας δίνεται η παρακάτω σειρά εντολών:

1) Υπολόγισε το ημ40^0
2) Ονόμασε x την τιμή του
3) Υπολόγισε το x·20cm
4) Ονόμασε κ το προηγούμενο αποτέλεσμα
5) Υπολόγισε το ημ50^0
6) Ονόμασε y την τιμή του
7) Υπολόγισε το y·20cm
8) Ονόμασε λ το προηγούμενο αποτέλεσμα
9) Υπολόγισε το κ·λ

Τι υπολογίζει τελικά αυτή η σειρά εντολών;

Α) το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου
Β) την περίμετρο του ισοσκελούς τριγώνου
Γ) το εμβαδόν του πλάγιου παραλληλόγραμμου
Δ) το εμβαδόν του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου
Ε) το εμβαδόν του ισοσκελούς τριγώνου

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Για τους υπολογισμούς χρησιμοποιείται η τριγωνομετρία.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Εξετάζω βήμα προς βήμα τους υπολογισμούς. Παρατηρώ ότι η χρήση της τριγωνομετρίας παραπέμπει σε ορθογώνιο τρίγωνο, που σημαίνει ότι δεν είναι δυνατοί οι υπολογισμοί στο πλάγιο παραλληλόγραμμο. Ένα άλλο σημαντικό σημείο είναι ότι οι γωνίες 40^0 και 50^0 και τα ημίτονά τους παραπέμπουν σε υπολογισμό κάθετων πλευρών κ και λ ορθογωνίου τριγώνου, όταν είναι γνωστή η υποτείνουσα. Τέλος το γινόμενο κ·λ παραπέμπει σε εμβαδόν ορθογωνίου παραλληλογράμμου και όχι σε εμβαδόν τριγώνου.

Απάντηση: (Δ)

19

Ο καθηγητής των Μαθηματικών σε ένα τμήμα της Γ΄ τάξης ζήτησε να δικαιολογήσουν οι μαθητές, χωρίς να εκτελέσουν τις πράξεις, γιατί το αποτέλεσμα των πράξεων 2020•2022+1 είναι τέλειο τετράγωνο, δηλαδή είναι ίσο με το τετράγωνο ενός ακεραίου αριθμού.
Ποια (ή ποιες) από τις παρακάτω ταυτότητες είναι οι πλέον κατάλληλη (ή κατάλληλες) για αυτό;

1) $(\nu+1)\cdot(\nu-1)=\nu^2-1$

2) $(\nu+1)\cdot(\nu^2-\nu+1)=\nu^3+1$

3) $(\nu+1)\cdot(\nu+2)=(\nu+1)^2+\nu+1$

4) $\nu\cdot(\nu+2)=(\nu+1)^2-1$

5) $\nu^2\cdot+\nu+1=\frac{1}{2}[(\nu+1)^2+\nu^2+1]$

Α) μόνο η 1) **Β) η 2) και η 3)** **Γ) η 1) και η 4)**
Δ) μόνο η 3) **Ε) η 4) και η 5)**

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Οι δύο αριθμοί της εκφώνησης (2020 και 2022) διαφέρουν κατά 2 μονάδες.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Αναζητώ ποια ή ποιες από τις ταυτότητες περιέχει το γινόμενο δύο ποσοτήτων που διαφέρουν κατά 2 μονάδες, περιέχουν τον αριθμό 1 και ένα τέλειο τετράγωνο.
Μόνο οι 1) και 4) περιέχουν γινόμενο δύο αριθμών που διαφέρουν κατά 2 και συγχρόνως το γινόμενό τους σχετίζεται με ένα τετράγωνο στο δεύτερο μέλος της ταυτότητας.

Απάντηση: (Γ)

20

Οι τρεις γωνίες ενός τριγώνου ΑΒΓ είναι ανάλογες των αριθμών 1 , 2 και 3. Τα είδους τρίγωνο είναι το ΑΒΓ;

Α) Αμβλυγώνιο **Β) Ισοσκελές** **Γ) Ισόπλευρο**
Δ) Ορθογώνιο **Ε) Δεν γνωρίζουμε**

Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Οι γωνίες του τριγώνου έχουν μεταξύ τους σχέση ίδια με τη σχέση που έχουν μεταξύ τους οι αριθμοί 1, 2, 3.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Μεταφέρω τη σχέση που έχουν μεταξύ τους οι αριθμοί 1, 2 και 3 στις γωνίες ενός τριγώνου, σε συνδυασμό με τη βασική ιδιότητα του αθροίσματος των γωνιών του τριγώνου.
Αν α η μικρότερη γωνία τότε η αμέσως επόμενη θα είναι 2α και η μεγαλύτερη 3α. Θα πρέπει $α+2α+3α=180^0$ άρα $6α=180^0$ και επομένως $α=30^0$, $2α=60^0$ και $3α=90^0$
Απάντηση: (Δ)

21 Αν ο αριθμός κ είναι ζυγός και ο αριθμός λ είναι μονός τότε η παράσταση **$κ^2 +31\cdot λ^2 + 351$** είναι σίγουρα:

Α) ζυγός

Β) μονός

Γ) πρώτος

Δ) πολλαπλάσιο του 11

Ε) κανένα από τα προηγούμενα

Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Έχω τετράγωνο μονού αριθμού και τετράγωνο ζυγού αριθμού.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Ελέγχω τι είναι το τετράγωνο ενός μονού αριθμού και τι το τετράγωνο ενός ζυγού αριθμού.
Έστω $λ=2μ+1$ ο μονός αριθμός τότε $λ^2=(2μ+1)^2=4μ^2 + 4μ +1 =2\cdot(2μ^2+2μ)+1$ που είναι μονός αριθμός. Ο αριθμός $31\cdot λ^2$ είναι γινόμενο δύο μονών αριθμών άρα είναι μονός αριθμός. Τέλος το άθροισμα $31\cdot λ^2 + 351$ είναι άθροισμα δύο μονών αριθμών άρα ζυγός αριθμός.
Αν $κ=2ρ$ ο ζυγός αριθμός τότε $κ^2= (2ρ)^2 = 2\cdot(2ρ^2)$ που είναι ζυγός αριθμός.
Με βάση τα παραπάνω προκύπτει ότι η παράσταση $κ^2 +31\cdot λ^2 + 351$ είναι ζυγός αριθμός για οποιεσδήποτε τιμές των κ, λ.
Απάντηση: (Α)

22 Είναι 8 η ώρα το βράδι (μ.μ.) και ο κύριος Χρονόπουλος συντόνισε τα δύο του ρολόγια σε αυτή την ώρα. Έχει παρατηρήσει ότι το ένα του ρολόι χάνει σταθερά 2 λεπτά κάθε ώρα ενώ το άλλο του πάει μπροστά (κερδίζει) 1 λεπτό κάθε ώρα. Κάποια στιγμή ο κ. Χρονόπουλος παρατήρησε ότι τα δύο ρολόγια έχουν μία ακριβώς ώρα διαφορά.
Ποια ήταν η πραγματική ώρα εκείνη τη στιγμή;

Α) 2.40΄π.μ. **Β) 8 π.μ.** **Γ) 1 μ.μ.** **Δ) 4 π.μ.** **Ε) 4 μ.μ.**

Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Κάθε μία πραγματική ώρα η απόσταση των ενδείξεων στα δύο ρολόγια αυξάνει κατά 3 λεπτά.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Με βάση την παρατήρηση θα πρέπει ν υπολογίσω πόσο χρόνο θα χρειαστεί ώστε η διαφορά των ενδείξεων στα δι ρολόγια να είναι μία ώρα.

Αφού κάθε μία πραγματική ώρα η διαφορά αυξάνεται κατά 3΄, θα χρειαστο πραγματικές ώρες ώστε η διαφορά των ενδείξεων να είναι 60΄. Επομένως, πραγματικές ώρες μετά τις 8μ.μ. η ώρα θα είναι 4μ.μ. (απόγευμα).

Απάντηση: (Ε)

23

Ο γυμναστής σε ένα Γυμνάσιο θέλησε να παρατάξει τους μαθητές και τις μαθήτριες με έναν περίεργο τρόπο. Τοποθέτησε ένα κορίτσι και δίπλα του αγόρι, δίπλα στο αγόρι τοποθέτησε 2 κορίτσια και δίπλα τους 2 αγόρια, μ κορίτσια και 3 αγόρια και ούτω καθεξής.

Στα 100 παιδιά (μαθήτριες και μαθητές) της παράταξης αυτής πόσα ήταν τ κορίτσια;

Α) 45 **Β) 50** **Γ) 55** **Δ) 60** **Ε) 65**

Αναλυτική Απάντηση

Παρατηρώ: Η διάταξη των μαθητών ακολουθεί κάποιο μοτίβο.

Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Θα πρέπει να γίνει μία συστηματική απαρίθμηση. Θα θεωρήσω ότι οι μαθητές είναι χωρισμένοι σε γκρουπ.

Στο πρώτο γκρουπ αγόρι-κορίτσι έχουμε 2 άτομα, στο δεύτερο έχουμε 4 άτομα, στο τρίτο 6 άτομα κ.λ.π. Το άθροισμα των ατόμων είναι 2+4+6+8+10+12+14+16+18=90 και ακολουθούν άλλα 20 άτομα από τα θα πάρουμε τα 10 κορίτσια για να συμπληρωθούν 100.

Από τα 90 άτομα τα 45 είναι κορίτσια και τα 10 επιπλέον δίνουν συνολικό αριθμό 55.

Απάντηση: (Γ)

24

Μία βιοτεχνία διαθέτει δύο μηχανήματα κατασκευής χάρτινων φακέλων. Η πρώτη έχει ρυθμιστεί να κατασκευάζει 500 φακέλους σε 8 λεπτά. Θέλ να ρυθμίσουν το δεύτερο μηχάνημα ώστε όταν δουλεύουν και τα δύο μηχανήματα μαζί να κατασκευάζουν 500 φακέλους σε 2 λεπτά.

Έστω x ο χρόνος στον οποίο το δεύτερο μηχάνημα θα πρέπει να ρυθμιστ ώστε να κατασκευάζει 500 φακέλους.

Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις θα πρέπει να λύσουν για να υπολογίσ τον χρόνο αυτόν;

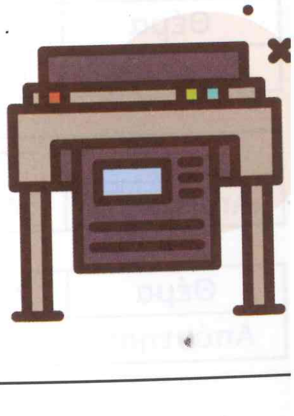
Α) $8-x=2$

Β) $\frac{500}{8}+\frac{500}{x}=\frac{1}{2}$

Γ) $\frac{1}{8}+\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$

Δ) $\frac{x}{2}+\frac{x}{8}=1$

Ε) κανένα από τα προηγούμενα.



ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Γνωρίζω την απόδοση του πρώτου μηχανήματος και την συνολική απόδοση όταν δουλεύουν και τα δύο μηχανήματα μαζί.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Επιλέγω ως βασική στρατηγική την αναγωγή στη μονάδα. Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η μηχανή Α κατασκευάζει $\frac{500}{8}$ φακέλους. Αν x ο χρόνος ρύθμισης της μηχανής Β τότε αυτή σε 1 λεπτό θα κατασκευάζει $\frac{500}{x}$ άρα και οι δύο μηχανές σε ένα λεπτό θα κατασκευάζουν $\frac{500}{8}+\frac{500}{x}$ φακέλους. Οι φάκελοι που κατασκευάζουν μαζί σε ένα λεπτό θα πρέπει να είναι 250 ώστε σε 2 λεπτά να φτάσουν τους 500. Τελικά, η κατάλληλη εξίσωση είναι η $\frac{500}{8}+\frac{500}{x}=250$ η οποία με απλοποίηση οδηγεί στην Γ).
Απάντηση: (Γ)

25

Στις Δημοτικές εκλογές της πρώτης Κυριακής σε έναν Δήμο συμμετείχαν οι συνδυασμοί Κ, Λ και Μ. Ονομάζουμε ν τον αριθμό των εγγεγραμμένων στους εκλογικούς καταλόγους ψηφοφόρων. Συνολικά ψήφισε το 81% του ν και όλα τα ψηφοδέλτια ήταν έγκυρα. Ο συνδυασμός Κ ψηφίστηκε από το 42% του ν, ενώ ο συνδυασμός Λ ψηφίστηκε από το 37% του ν. Λευκά ψηφοδέλτια δεν βρέθηκαν. Εάν είναι γνωστό ότι ο συνδυασμός που λαμβάνει ποσοστό μεγαλύτερο του 50% ως προς τον αριθμό των εγκύρων ψηφοδελτίων εκλέγει Δήμαρχο από την πρώτη Κυριακή, ποια από τις παρακάτω εκδοχές είναι η σωστή;

Α) την πρώτη Κυριακή εξελέγη Δήμαρχος από τον συνδυασμό Κ
Β) την πρώτη Κυριακή εξελέγη Δήμαρχος από τον συνδυασμό Λ
Γ) την δεύτερη Κυριακή εξελέγη Δήμαρχος από τον συνδυασμό Κ
Δ) την δεύτερη Κυριακή εξελέγη Δήμαρχος από τον συνδυασμό Λ
Ε) καμία από τις προηγούμενες.

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παρατηρώ: Δήμαρχος εκλέγεται από τον συνδυασμό που παίρνει ποσοστό μεγαλύτερο του 50% των ψηφισάντων και όχι απλά των εγγεγραμμένων.
Επιλέγω στρατηγική και εφαρμόζω: Με βάση την ως άνω παρατήρηση θα πρέπει να εξετάσουμε εάν το ποσοστό του κόμματος Κ υπερβαίνει το 50% του συνόλου των ψηφισάντων (όχι του αριθμού των εγγεγραμμένων). Διαιρώντας το 42 δια του 81 βλέπουμε ότι το αποτέλεσμα (με στρογγυλοποίηση) είναι 0,516, άρα 51,6%, επομένως υπερβαίνει το 50%.
Απάντηση: (Α)

Συγκεντρωτικός Πίνακας Απαντήσεων
Τάξη: Γ' Γυμνασίου

Θέμα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Απάντηση	(Β)	(Δ)	(Γ)	(Δ)	(Γ)	(Α)	(Γ)	(Β)	(Γ)	(Δ)

Θέμα	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Απάντηση	(Δ)	(Γ)	(Γ)	(Β)	(Γ)	(Γ)	(Γ)	(Δ)	(Γ)	(Δ)

Θέμα	21	22	23	24	25
Απάντηση	(Α)	(Ε)	(Γ)	(Γ)	(Α)