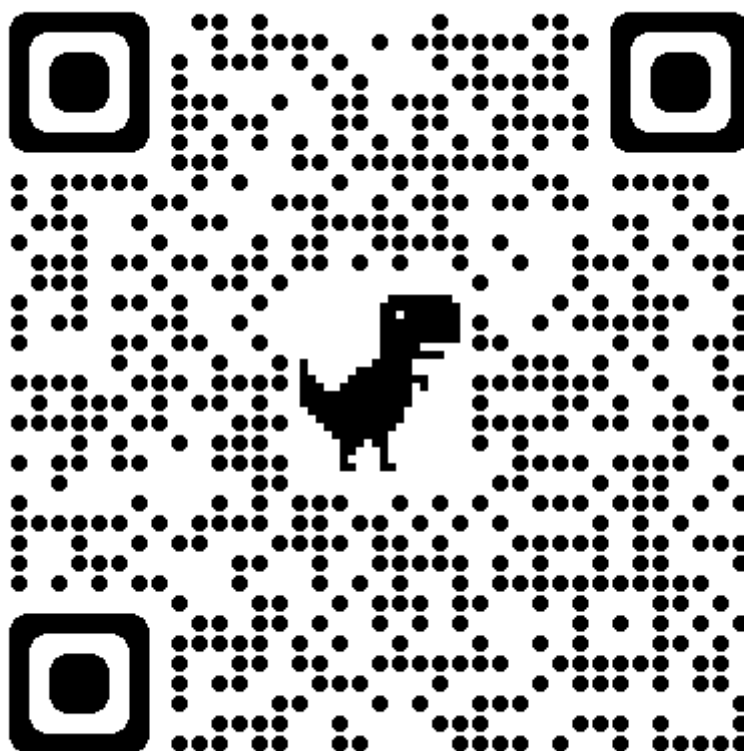




Τ.Θ.Δ.Δ 2022-2023

Μαθηματικά Γ τάξη ΕΠΑ.Λ

Κεφάλαιο 1

32 ΘΕΜΑΤΑ

(ΔΕΚΑΟΚΤΩ 2<sup>Α</sup> ΘΕΜΑΤΑ – ΔΕΚΑΤΕΣΣΕΡΑ 4<sup>Α</sup> ΘΕΜΑΤΑ)

Κεφάλαιο 2

9 ΘΕΜΑΤΑ

(οκτώ 2<sup>Α</sup> ΘΕΜΑΤΑ)

Επιμέλεια Ιορδάνη Χ. Κοσόγλου , Msc μαθηματικού ΓΕΛ Αριδαίας, απόφοιτου Α.Π.Θ

**ΘΕΜΑ 2-25874**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού Α της f. (Μονάδες 09)

β) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $x \in A$  ισχύει:

$$f(x) = x + 1 \quad (\text{Μονάδες 09})$$

γ) Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ . (Μονάδες 07)

**ΘΕΜΑ 2-24347**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού Α της συνάρτησης. (Μονάδες 7)

β) Να δείξετε ότι  $f(x) = x + 2$  για κάθε  $x$  του πεδίου ορισμού Α. (Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ . (Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 2 - 25326**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x + \sqrt{x}$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 8)

β) Να δείξετε ότι  $f'(x) = 2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$  για κάθε  $x > 0$ . (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε το  $f'(4)$ . (Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ 4 24361**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 + \lambda x^2 - x, x \in \mathbb{R}$  και  $\lambda \in \mathbb{R}$  σταθερά.

α) Αν ισχύει  $f'(1) = 0$ , να βρείτε την τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$ . (Μονάδες 7)

Για  $\lambda = -1$

β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή των τοπικών ακροτάτων της. (Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τα σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$ , στα οποία η εφαπτομένη είναι παράλληλη στην ευθεία  $y = -x$ . (Μονάδες 8)

**ΘΕΜΑ 4-24359**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$ , όπου  $x \in \mathbb{R}$ .

α)

- i. Για  $x \in \mathbb{R}$ , να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης  $f$ . (Μονάδες 5)
- ii. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(2, f(2))$ . (Μονάδες 5)

β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε τα σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στα οποία οι εφαπτόμενες είναι παράλληλες στον άξονα  $x'x$ . (Μονάδες 6)

**ΘΕΜΑ 4-24360**

Ένα οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου έχει μήκος  $x$  μέτρα (m), πλάτος  $y$  μέτρα (m) και εμβαδό 400 τετραγωνικά μέτρα ( $m^2$ ).

α) Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του ορθογωνίου οικοπέδου ως συνάρτηση του  $x$

δίνεται από τον τύπο  $\Pi(x) = 2x + \frac{800}{x}$  με  $x > 0$ . (Μονάδες 8)

β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $\Pi(x)$  ως προς τη μονοτονία της. (Μονάδες 9)

γ) Για ποια τιμή του  $x$  η περίμετρος του οικοπέδου γίνεται ελάχιστη, και ποια είναι η ελάχιστη τιμή της; (Μονάδες 8)

**ΘΕΜΑ 4-24363**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$  με  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Να δείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $f$  είναι:  $f'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$  με  $x \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 8)

β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή των τοπικών ακροτάτων της. (Μονάδες 10)

γ) Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(2, f(2))$ , είναι η ευθεία  $(\varepsilon): y = -\frac{3}{25}x + \frac{16}{25}$ . (Μονάδες 7)

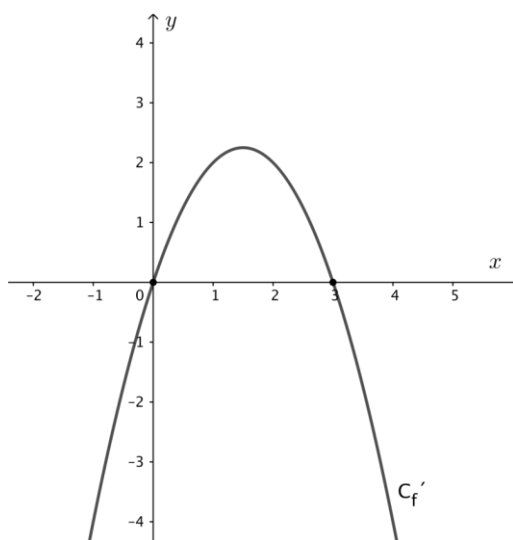
**ΘΕΜΑ 4-25461**

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραγώγου  $f'$  μιας πολυωνυμικής συνάρτησης  $f$ , όπου  $f'$  είναι ένα πολυώνυμο δευτέρου βαθμού.

α) Να αιτιολογήσετε ότι η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στα διαστήματα  $(-\infty, 0]$  και  $[3, +\infty)$  και γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $[0, 3]$ . (Μονάδες 09)

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς  $f(1)$  και  $f(2)$ . (Μονάδες 06)

γ) Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  διέρχεται από τα σημεία  $A(0, -1)$  και  $B(3, 2)$ , τότε να βρείτε τα ακρότατα της  $f$ . (Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 2-26146**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 3 - \frac{1}{x}$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 8)

β) Να δείξετε ότι  $f'(x) = \frac{1}{x^2}$  για κάθε  $x \neq 0$ . (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε το  $f'(2)$ . (Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ 2-25459**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 2023, \quad x \in \mathbb{R}$$

α) Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $f$  είναι  $f'(x) = 6x - 6$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . (Μονάδες 08)

β) Να υπολογίσετε το  $f'(1)$ . (Μονάδες 07)

γ) Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα, για  $x > 1$ . (Μονάδες 10)

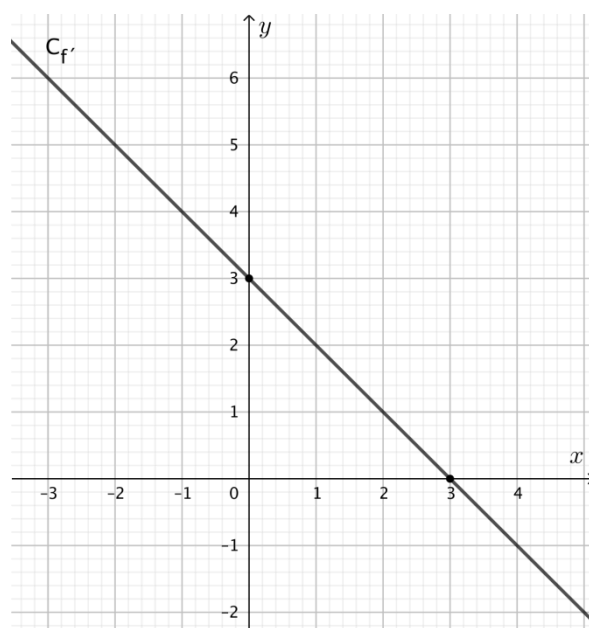
**ΘΕΜΑ 4-25643**

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση  $C_{f'}$  της παραγώγου  $f'$  μιας συνάρτησης  $f$ . Αν η  $C_{f'}$  είναι ευθεία η οποία τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο  $(3,0)$ , τότε:

α) Να αιτιολογήσετε ότι η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $(-\infty, 3]$  και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $[3, +\infty)$ . (Μονάδες 10)

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς  $f(3)$  και  $f(4)$ . (Μονάδες 06)

γ) Να βρείτε το είδος και την τιμή του ακροτάτου που παρουσιάζει η  $f$  αν η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο  $A(3,2)$ . (Μονάδες 09)

**ΘΕΜΑ 2-25875**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = 2x^2 - 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

α) Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $f$  είναι  $f'(x) = 4x, \quad x \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 09)

Έστω  $y = \lambda x + \beta$  η εξίσωση της εφαπτομένης ( $\varepsilon$ ) της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο της  $A(1,1)$ . Να αποδείξετε ότι:

β)  $\lambda = 4$ . (Μονάδες 07)

γ) Η εξίσωση της ευθείας ( $\varepsilon$ ) είναι  $y = 4x - 3$ . (Μονάδες 09)

**ΘΕΜΑ 2-25876**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^2 - 2x, \quad x \in \mathbb{R}$$

α) Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $f$  είναι  $f'(x) = 2x - 2, \quad x \in \mathbb{R}$

(Μονάδες 09)

Έστω  $y = \lambda x + \beta$  η εξίσωση της εφαπτομένης ( $\epsilon$ ) της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο της  $A(1, -1)$ . Να αποδείξετε ότι:

β)  $\lambda = 0$ .

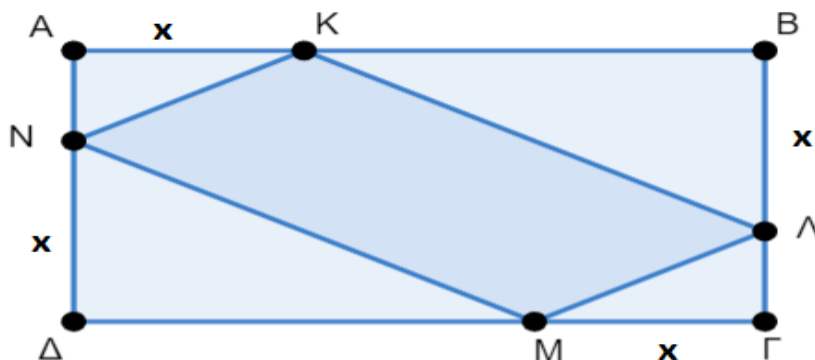
(Μονάδες 07)

γ) Η εξίσωση της ευθείας ( $\epsilon$ ) είναι  $y = -1$ .

(Μονάδες 09)

**ΘΕΜΑ 4-28280**

Δίνεται ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  με διαστάσεις  $AB = 4$  και  $B\Gamma = 2$ . Θεωρούμε τα εσωτερικά σημεία  $K, \Lambda, M$  και  $N$  των πλευρών  $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$  και  $\Delta A$  αντίστοιχα έτσι ώστε  $AK = BL = \Gamma M = \Delta N = x$ .



α) Να δείξετε ότι

- i. το εμβαδόν του  $AKN$  ως συνάρτηση του  $x$  είναι  $E_1(x) = \frac{1}{2}(2 - x) \cdot x, \quad x \in (0, 2)$  και το εμβαδόν του  $KBL$  ως συνάρτηση του  $x$  είναι  $E_2(x) = \frac{1}{2}(4 - x) \cdot x, \quad x \in (0, 2)$ .

(Μονάδες 6)

- ii. το εμβαδόν του  $K\Lambda M N$  ως συνάρτηση του  $x$  είναι  $E(x) = 2 \cdot (x^2 - 3x + 4), \quad x \in (0, 2)$ .

(Μονάδες 5)

β) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής του εμβαδού  $E$  ως προς το  $x$  όταν  $x = \frac{3}{2}$ .

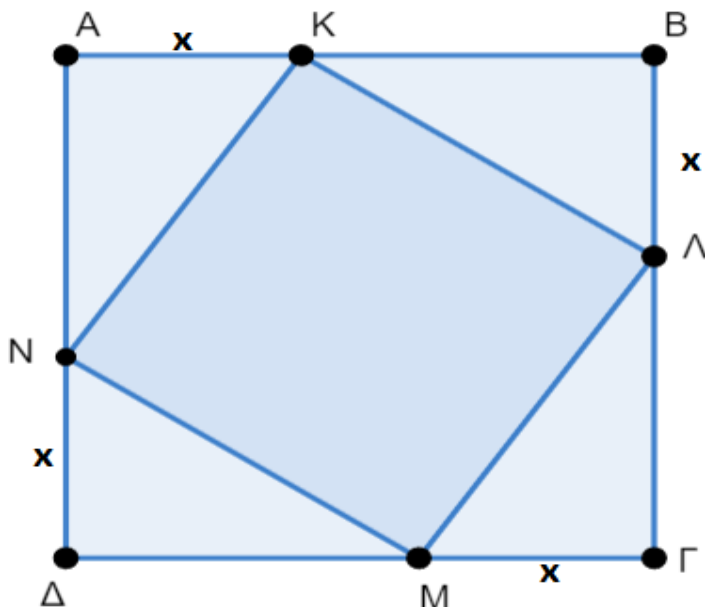
(Μονάδες 7)

γ) Να βρείτε την τιμή του  $x$ , για την οποία το  $E(x)$  γίνεται ελάχιστο.

(Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ 4-28282**

Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ με πλευρά  $AB = 4$ . Θεωρούμε τα εσωτερικά σημεία Κ,Λ,Μ και Ν των πλευρών ΑΒ,ΒΓ,ΓΔ και ΔΑ αντίστοιχα έτσι ώστε  $AK = BL = ΓΜ = ΔΝ = x$ .



α) Να δείξετε ότι

i. το εμβαδόν του ΑΚΝ ως συνάρτηση του  $x$  είναι  $E_1(x) = \frac{1}{2}(4 - x) \cdot x, x \in (0,4)$ .

(Μονάδες 5)

ii. το εμβαδόν του ΚΛΜΝ ως συνάρτηση του  $x$  είναι  $E(x) = 2 \cdot (x^2 - 4x + 8), x \in (0,4)$ .

(Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε τη πρώτη παράγωγο του εμβαδού  $E(x)$ .

(Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε την τιμή του  $x$ , για την οποία το  $E(x)$  γίνεται ελάχιστο.

(Μονάδες 6)

**ΘΕΜΑ 4-28618**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + \frac{2}{3}, x \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρείτε την παράγωγο  $f'$  της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 06)

β) Να εξετάσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

(Μονάδες 09)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης ευθείας στη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  στο σημείο της  $A(1,1)$ .

(Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 4-28286**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ .

α) Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-1}{x-1}$ . (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε το συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο της με τετμημένη  $x_0 = 1$ . (Μονάδες 7)

γ) Ο Γιάννης υπολόγισε την εξίσωση της εφαπτομένης της  $C_f$  στο σημείο της με τετμημένη  $x_0=1$  και βρήκε ότι σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία  $135$  μοιρών και επίσης ότι δεν διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Συμφωνείτε με τον Γιάννη; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

**ΘΕΜΑ 2 - 31084**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2023$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $f$  είναι  $f'(x) = x^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . (Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε το  $f'(-1)$ . (Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι:  $f'(-1) + f'(1) = 2$ . (Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 2-31085**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2-x}{x}$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $A$  της  $f$ . (Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $x \in A$  ισχύει  $f(x) = x - 1$ . (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ . (Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ 2-31086**

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = \frac{x^2-2x}{x}$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $A$  της  $f$ . (Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $x \in A$  ισχύει:  $f(x) = x - 2$ . (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ . (Μονάδες 7)



**ΘΕΜΑ 2-31088**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = -3 \cdot \frac{1}{x}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού Α της f. (Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $x \in A$  ισχύει:  $f'(x) = \frac{3}{x^2}$ . (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε το  $f'(-3)$ . (Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ 2-31089**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 4 \cdot \frac{1}{x} - 1$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 8)

β) Να δείξετε ότι  $f'(x) = -\frac{4}{x^2}$  για κάθε  $x \neq 0$ . (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε το  $f'(-2)$ . (Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ 2-31090**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2 \cdot \frac{1}{x} - 1$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 7)

β) Να δείξετε ότι  $f'(x) = -\frac{2}{x^2}$  για κάθε  $x \neq 0$ . (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε το  $f'(-2) + f(2)$ . (Μονάδες 8)

**ΘΕΜΑ 2-31091**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x} - 1$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 8)

β) Να δείξετε ότι  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  για κάθε  $x > 0$ . (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε το  $f'(9)$ . (Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ 4-26895**

Δύο θετικοί αριθμοί  $x, y$  συνδέονται με τη σχέση  $2x+y=20$ .

α)

i. Να δείξετε ότι το γινόμενο των δύο αριθμών, ως συνάρτηση του  $x$ , δίνεται από τον τύπο  $f(x)=-2x^2+20x$ .

(Μονάδες 5)

ii. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της παραπάνω συνάρτησης.

(Μονάδες 5)

β) Να μελετήσετε την συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία.

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε τη τιμή του  $x$  ώστε το γινόμενο των δύο αριθμών να γίνει μέγιστο.

(Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ 4-28125**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x)=x^2-8x+18$  και  $g(x)=-(x-4)^2+2$ .

α) Να βρείτε τις παραγώγους των συναρτήσεων  $f$  και  $g$ .

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τα ακρότατα των συναρτήσεων αυτών.

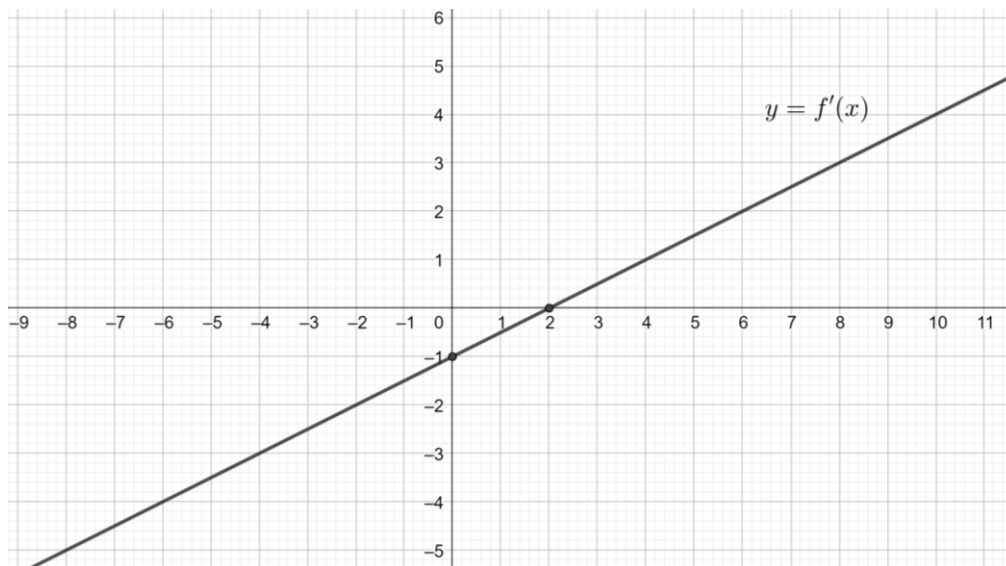
(Μονάδες 12)

γ) Να δείξετε ότι  $f(x) \geq g(x), x \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 5)

**ΘΕΜΑ 4-30975**

Δίνεται συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ , τέτοια ώστε  $f(2)=5$  και  $f(0)=6$ . Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραγώγου  $f'$  της συνάρτησης, η οποία είναι ευθεία που τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο με τετμημένη 2 και τον άξονα  $y'y$  στο σημείο με τεταγμένη  $-1$ .



α) Να αιτιολογήσετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $(-\infty, 2]$ .

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τα ακρότατα της  $f$

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο της  $A(0, f(0))$ .

(Μονάδες 9)

**ΘΕΜΑ 2-31693**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 + 1$ , με  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Να δείξετε ότι  $f'(x) = x^2$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 09)

Έστω  $y = \lambda x + \beta$  η εξίσωση της εφαπτομένης ( $\varepsilon$ ) της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο της  $A(-1, \frac{2}{3})$ . Να αποδείξετε ότι:

β)  $\lambda = 1$ .

(Μονάδες 07)

γ) Η εξίσωση της ευθείας ( $\varepsilon$ ) είναι:  $y = x + \frac{5}{3}$ .

(Μονάδες 09)

**ΘΕΜΑ 2-31695**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 5 \cdot \frac{1}{x}$  με  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

α) Να δείξετε ότι  $f'(x) = -\frac{5}{x^2}$  για κάθε  $x \neq 0$ .

(Μονάδες 09)

Έστω  $y = \lambda x + \beta$  η εξίσωση της εφαπτομένης ( $\varepsilon$ ) της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο της  $A(1,5)$ . Να αποδείξετε ότι:

β)  $\lambda = -5$ .

(Μονάδες 07)

γ) Η εξίσωση της ευθείας ( $\varepsilon$ ) είναι:  $y = -5x + 10$ .

(Μονάδες 09)

**ΘΕΜΑ 2-32248**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \frac{(x+1)(x-1)}{x-2}$  και  $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$ .

α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων  $f, g$ .

(Μονάδες 8)

β) Να δείξετε ότι για  $x \neq 2$  είναι:  $f(x) - g(x) = x + 1$ .

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) - g(x)]$ .

(Μονάδες 8)

**ΘΕΜΑ 4-32260**

Δίνεται το ορθογώνιο ΑΒΓΔ του παρακάτω σχήματος με εμβαδόν  $4 \text{ m}^2$ .

α) Αν το μήκος της πλευράς  $AB = x \text{ m}$ , να δείξετε ότι η πλευρά ΒΓ του ορθογωνίου ΑΒΓΔ συναρτήσει του  $x$  είναι  $B\Gamma = \frac{4}{x}$ ,  $x > 0$

(Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι, η περίμετρος του ορθογωνίου ΑΒΓΔ δίνεται από τη συνάρτηση:

$$f(x) = 2x + \frac{8}{x}, x > 0.$$

(Μονάδες 6)

γ) Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

(Μονάδες 8)

δ) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι η περίμετρος του ορθογωνίου ΑΒΓΔ με σταθερό εμβαδό, παίρνει την ελάχιστη τιμή της, όταν αυτό γίνει τετράγωνο. Συμφωνείτε με την άποψη του μαθητή; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

**ΘΕΜΑ 2-32365**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^3 + 3x + 6, \quad x \in \mathbb{R}$$

α) Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης f είναι  $f'(x) = 3x^2 + 3, x \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 08)

β) Να υπολογίσετε το  $f'(0)$ .

(Μονάδες 07)

γ) Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα.

(Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 2-25460**

Οι βαθμοί 10 φοιτητών στο μάθημα της Στατιστικής ήταν:

4,7,3,5,8,6,5,9,6,6

α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των βαθμών όλων των φοιτητών του δείγματος.

(Μονάδες 10)

β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα συχνοτήτων.

(Μονάδες 10)

γ) Ποιο είναι το ποσοστό των φοιτητών με βαθμό μεγαλύτερο του 8;

(Μονάδες 05)

**ΘΕΜΑ 2-31087**

Οι ημέρες απουσίας 11 μαθητών το μήνα Σεπτέμβριο ήταν:

1, 4, 4, 7, 3, 6, 10, 3, 1, 2, 3

α) Να υπολογίσετε τη διάμεσο των δοσμένων τιμών για τις ημέρες απουσίας.

(Μονάδες 9)

β) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των δοσμένων τιμών για τις ημέρες απουσίας.

(Μονάδες 9)

γ) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα συχνοτήτων των δοσμένων τιμών για τις ημέρες απουσίας.

(Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ 2-28615**

Εξετάσαμε ένα δείγμα δέκα μαθητών ενός λυκείου ως προς τη μεταβλητή 'Βάρος' και διαπιστώσαμε ότι οι τιμές του βάρους τους ήταν σε kg:

76, 74, 75, 75, 78, 72, 70, 80, 75, 75

α) Τι είδους μεταβλητή είναι η μεταβλητή 'Βάρος'; Ποιοτική, Ποσοτική Διακριτή ή Ποσοτική Συνεχής;

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε:

i. τη μέση τιμή  $\bar{x}$  της μεταβλητής 'Βάρος' των δέκα μαθητών.

(Μονάδες 10)

ii. τη διάμεσο  $\delta$  της μεταβλητής 'Βάρος' των δέκα μαθητών.

(Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 2-30974**

Οι προφορικοί βαθμοί έξι μαθητών στα μαθηματικά είναι 10,13,11,15,9,14.

α) Να υπολογίσετε την μέση τιμή  $\bar{x}$  του δείγματος των έξι μαθητών.

(Μονάδες 10)

β)

i. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

| $t_i$ | $t_i - \bar{x}$ | $(t_i - \bar{x})^2$ |
|-------|-----------------|---------------------|
| 9     |                 |                     |
| 10    |                 |                     |
| 11    |                 |                     |
| 13    |                 |                     |
| 14    |                 |                     |
| 15    |                 |                     |

(Μονάδες 5)

ii. Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$  του δείγματος.

(Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 2-32243**

Στον παρακάτω πίνακα, αναγράφεται ανά ημέρα, το πλήθος των απόντων μαθητών ενός τμήματος της Γ' Λυκείου.

| Ημέρα                  | Δευτέρα | Τρίτη | Τετάρτη | Πέμπτη | Παρασκευή |
|------------------------|---------|-------|---------|--------|-----------|
| Πλήθος απόντων μαθητών | 4       | 3     | 2       | 2      | 4         |

Για το δείγμα των απόντων μαθητών να υπολογίσετε:

α) το εύρος R.

(Μονάδες 8)

β) τη διάμεσο δ.

(Μονάδες 8)

γ) τη μέση τιμή  $\bar{x}$ .

(Μονάδες 9)

**ΘΕΜΑ 2-32246**

Στον παρακάτω πίνακα, δίνεται ο αριθμός των μαθητών ενός τμήματος του σχολείου με 25 μαθητές, που απουσίασαν από 0 έως και 5 ημέρες στη διάρκεια του προηγούμενου χειμώνα.

| Ημέρες απουσίας | Αριθμός μαθητών που απουσίασε |
|-----------------|-------------------------------|
| 0               | 10                            |
| 1               | 2                             |
| 2               | 2                             |
| 3               | κ                             |
| 4               | 2                             |
| 5               | 1                             |

α) Να βρείτε τον αριθμό των μαθητών κ, που απουσίασε από το σχολείο 3 ημέρες.

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που δεν απουσίασε από το σχολείο.

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε τον αριθμό των μαθητών που απουσίασε τουλάχιστον 1 ημέρα από το σχολείο.

(Μονάδες 8)

**ΘΕΜΑ 2-32250**

Στη διάρκεια του χειμώνα, από το σύνολο των μαθητών μιας τάξης, οι δέκα σημείωσαν τις εξής ημέρες απουσίας από το σχολείο: 6, 7, 1, 2, 3, 5, 2, 4, 4, 6. Να βρείτε:

α) το εύρος των ημερών απουσίας που σημειώθηκαν.

(Μονάδες 8)

β) τη διάμεσο των ημερών απουσίας που σημειώθηκαν.

(Μονάδες 8)

γ) τη μέση τιμή των ημερών απουσίας που σημειώθηκαν.

(Μονάδες 9)



**ΘΕΜΑ 4-32251**

Υποθέτουμε ότι οι χρόνοι (σε λεπτά), που χρειάζονται οι μαθητές ενός σχολείου για να πάνε το πρωί από το σπίτι τους στο σχολείο, ακολουθούν κανονική κατανομή. Δίνεται ότι ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος των χρόνων είναι  $CV = 20\%$  και η διακύμανσή του  $s^2 = 4$ .

α) Να δείξετε ότι η μέση τιμή  $\bar{x} = 10$ .

(Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε (προσεγγιστικά), το εύρος του δείγματος των χρόνων.

(Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε κατά προσέγγιση το ποσοστό των μαθητών, που χρειάζονται για να πάνε από το σπίτι τους στο σχολείο:

- i. το πολύ 10 λεπτά
- ii. πάνω από 14 λεπτά
- iii. από 6 έως 12 λεπτά

(Μονάδες 12)

**ΘΕΜΑ 2-28616**

Εξετάσαμε ένα δείγμα δέκα μαθητών ενός λυκείου ως προς τη μεταβλητή 'Βάρος' και διαπιστώσαμε ότι οι τιμές του βάρους τους ήταν σε kg:

**80, 70, 75, 75, 78, 72, 70, 80, 75, 75**

α) Να κατασκευάσετε το σημειόγραμμα της κατανομής του βάρους των δέκα μαθητών.

(Μονάδες 07)

β) Να βρείτε:

- i. τη μέση τιμή  $\bar{x}$  της μεταβλητής 'Βάρος' των δέκα μαθητών. (Μονάδες 09)
- ii. τη διάμεσο  $\delta$  της μεταβλητής 'Βάρος' των δέκα μαθητών. (Μονάδες 09)



