

Συντεταγμένες Διανύσματος

Μέτρο & Συντελεστής Διεύθυνσης Διανύσματος

- Δίνεται σημείο $A(\lambda^2 - 4\lambda + 3, \lambda^2 - \lambda - 6)$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε:
 - το A να είναι σημείο του άξονα $x'x$.
 - το A να είναι σημείο του άξονα $y'y$.
- Θεωρούμε τα σημεία $A(-2, 1)$, $B(4, 0)$ και $\Gamma(6, 1)$. Να βρεθούν οι συντεταγμένες των συμμετρικών:
 - του A ως προς το B .
 - του Γ ως προς το μέσο του AB .
- Έστω το σημείο $A(-2, 3)$. Να βρείτε το σημείο B όταν:
 - τα A, B είναι συμμετρικά ως προς το $K(0, 1)$.
 - τα A, B είναι αντιδιαμετρικά του κύκλου με κέντρο το $K(-1, 0)$.
- Να βρείτε τα $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$, ώστε τα σημεία $A(-\kappa + 1, 2)$, $B(-\lambda + 2, \lambda)$ να είναι συμμετρικά ως προς:
 - το $O(0, 0)$
 - τον άξονα $x'x$
 - την ευθεία $y = x$
- Οι τετμημένες των σημείων A και B είναι ρίζες της εξίσωσης: $x^2 - (\lambda^2 - 3\lambda + 2)x - 199 = 0$. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB να έχει τετμημένη ίση με 3.
- Έστω σημείο $A(-1, 2)$. Να βρείτε:
 - το διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ όταν $B(-3, 0)$.
 - το σημείο Γ όταν $\overrightarrow{A\Gamma} = (-3, -5)$.
 - το σημείο Δ όταν $2\overrightarrow{A\Delta} = 3\overrightarrow{\Delta E}$ και $E(3, -1)$.
- Για το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (x^2 - 5x + 6, x^2 - 9)$, να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$, έτσι ώστε:
 - $\vec{\alpha} = \vec{0}$
 - $\vec{\alpha} \parallel x'x$ και $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$
- Έστω τα σημεία $A(3, 2)$, $B(7, -4)$. Να βρείτε:
 - σημείο M της ευθείας $y = x + 1$, ώστε το τρίγωνο MAB να είναι ισοσκελές με κορυφή το M .
 - σημείο N του $x'x$, ώστε το τρίγωνο NAB να είναι ορθογώνιο στο N .
- Αν $\vec{\alpha} = (-2, 5)$, $\vec{\beta} = (3, 4)$, $\vec{\gamma} = (-1, 2)$ τότε να βρείτε:
 - τα διανύσματα $\vec{u} = 2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$, $\vec{v} = -\vec{\alpha} + 2\vec{\beta} - \vec{\gamma}$

β. τα μέτρα των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}, \vec{u}, \vec{v}$

10. Να γραφτεί το διάνυσμα $\vec{u} = (-2, 6)$ ως γραμμικός συνδυασμός των $\vec{v} = (2, -1)$ και $\vec{w} = (3, 1)$.

11. Δίνονται τα σημεία A (2, 9), B (3, 4), Γ (5, 7) και το διάνυσμα $\vec{x} = (\kappa - 2, \lambda - 5)$.

α. Να βρείτε τις συντεταγμένες των $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BG}$ και $\overrightarrow{AG}$.

β. Να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών κ, λ για τις οποίες ισχύει: $\vec{x} = \overrightarrow{BG} - 2\overrightarrow{AB}$.

γ. Να υπολογίσετε το μέτρο του $\overrightarrow{BG} - 2\overrightarrow{AB}$.

δ. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο στο Γ.

12. Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$, ώστε τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (x, 1)$ και $\vec{\beta} = (9, x)$ να είναι αντίρροπα.

13. Να βρείτε τα $x, y \in \mathbb{R}$, ώστε τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (x^3 + y^3, x + y)$ και $\vec{\beta} = (-7, -1)$ να είναι αντίθετα.

14. Να βρείτε διάνυσμα $\vec{\beta}$ αντίρροπο του διανύσματος $\vec{\alpha} = (-6, 8)$ με μέτρο τριπλάσιο από το $|\vec{\alpha}|$.

15. Να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε να ισχύει:

$$(\alpha - 3)\vec{i} - \beta\vec{j} \parallel y'y \quad \text{και} \quad (\alpha + 1)\vec{i} + \beta\vec{j} \parallel \vec{i} + \vec{j}$$

16. Αν τα σημεία A (-3, 5), B (1, 7) είναι οι διαδοχικές κορυφές παραλληλογράμμου και M (1, 1) το σημείο τομής των διαγωνίων του, να βρείτε τις άλλες κορυφές του.

17. Να βρείτε τις τιμές $\mu \in \mathbb{R}$, ώστε τα σημεία A (1, 0), B ($-\mu^2, 3$), Γ (-5μ, 9) να είναι συνευθειακά.

18. Να βρείτε τη γωνία φ , την οποία σχηματίζει το διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ με τον $x'x$, όταν A (2, 4) και B (4, 2).

19. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\alpha}$, για το οποίο ισχύει ότι: $\vec{\alpha} = (|\vec{\alpha}| - 4, 8)$.

20. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{v}$ αν είναι γνωστό ότι σχηματίζει μη κυρτή γωνία με τον ημιάξονα Ox, έχει $|\vec{v}| = 10$ και είναι παράλληλο προς το διάνυσμα $\vec{u} = (3, -4)$.

(Μιλτ. Παπαρηγοράκης)

Τράπεζα θεμάτων

21. ΑΣΚΗΣΗ 2-18605

§1.4

Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$, $\overrightarrow{OB} = 3\vec{i} + \vec{j}$ και $\overrightarrow{OG} = 5\vec{i} - 5\vec{j}$, όπου $\vec{i}$ και $\vec{j}$ είναι τα μοναδιαία διανύσματα των αξόνων $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{BG}$. (Μονάδες 12)

β) Να εξετάσετε αν τα σημεία A, B και Γ μπορεί να είναι κορυφές τριγώνου.

(Μονάδες 13)

22. ΑΣΚΗΣΗ 2-20055 §1.4

Θεωρούμε τα σημεία $A(\alpha + 1, 3)$, $B(\alpha, 4)$ και $\Gamma(-4, 5\alpha + 4)$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BG}$. (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε για ποια τιμή του α , τα A, B, Γ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 10)

γ) Αν $\alpha = 1$, να βρείτε αριθμό λ ώστε $\overrightarrow{AG} = \lambda \overrightarrow{AB}$. (Μονάδες 7)

23. ΑΣΚΗΣΗ 2-20061 §1.4

Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ με τρεις κορυφές τα σημεία A(1,1), Γ(4,3) και Δ(2,3)

α) Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του ABΓΔ. (Μονάδες 9)

β) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου τομής K των διαγωνίων ΑΓ και ΒΔ, καθώς και τις συντεταγμένες της κορυφής B. (Μονάδες 16)

24. ΑΣΚΗΣΗ 2-20071 §1.4

Θεωρούμε τα σημεία $A(1 + 2\alpha, 4\alpha - 2)$ και $B(5\alpha + 1, -\alpha)$, $\alpha \in \mathbb{R}$

α) Να γράψετε το $\overrightarrow{AB}$ συναρτήσει του α και να βρείτε το α ώστε $|\overrightarrow{AB}| = 10$.

(Μονάδες 12)

β) Έστω $\alpha = 2$. Να βρείτε σημείο M του άξονα $x'x$ ώστε το τρίγωνο MAB να είναι ισοσκελές με βάση την AB. (Μονάδες 13)

25. ΑΣΚΗΣΗ 2-20148 §1.4

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{\beta} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$ και $\vec{\gamma} = (7, 3)$.

α) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ είναι μη συγγραμμικά ανά δύο.

(Μονάδες 10)

β) Να γραφεί το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ως γραμμικός συνδυασμός των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

(Μονάδες 15)