

§3.4 ΟΙ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ**ΘΕΜΑ 2ο****4) ΑΣΚΗΣΗ 2-17656** §3.4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$, $x \in \mathbb{R}$

- α) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; Ποια είναι η περίοδος της f ; (Μονάδες 9)
- β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου. (Μονάδες 10)
- γ) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση μπορεί να πάρει την τιμή 1. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)

5) ΑΣΚΗΣΗ 2-17693 §3.4

α) Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους παρακάτω αριθμούς:

$$\sin \frac{\pi}{6}, \sin \frac{\pi}{4}, \sin \frac{17\pi}{10} \quad (\text{Μονάδες 12})$$

- β) Αν $\pi < x_1 < x_2 < \frac{3\pi}{2}$ να συγκρίνετε τους αριθμούς $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x_1\right)$ και $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x_2\right)$ (Μονάδες 13)

6) ΑΣΚΗΣΗ 2-17704 §3.4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -3 \sin 2x$, $x \in \mathbb{R}$

- α) Να βρείτε την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f (Μονάδες 12)
- β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και να παραστήσετε γραφικά την f σε διάστημα μιας περιόδου. (Μονάδες 13)

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$					
$\sin 2x$					
$f(x) = -3 \sin 2x$					

7) ΑΣΚΗΣΗ 2-17725 §3.4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\pi - 3x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$, $x \in \mathbb{R}$

- α) Να δείξετε ότι $f(x) = 2\eta\mu(3x)$ (Μονάδες 10)
- β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 4ο**8) ΑΣΚΗΣΗ 4-17841** §3.4

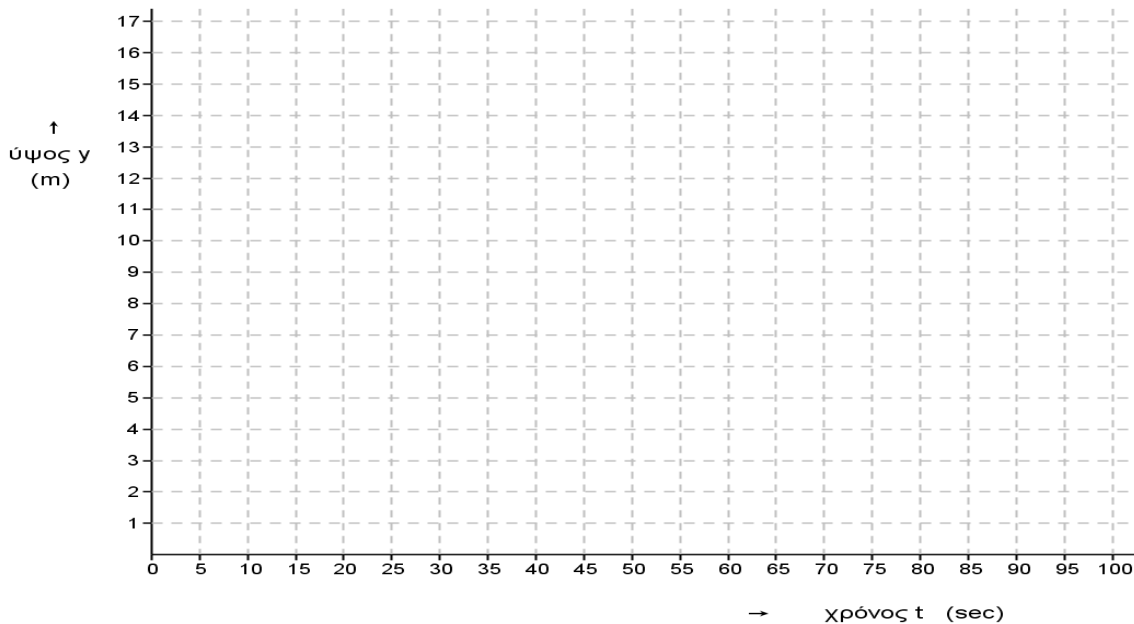
Η Αλίκη και η Αθηνά διασκεδάζουν στη ρόδα του λούνα παρκ. Η απόσταση, σε μέτρα, του καθίσματός τους από το έδαφος τη χρονική στιγμή t sec δίνεται από τη συνάρτηση

$$h(t) = 8 + 6 \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi \cdot t}{30}\right) \text{ και } 0 \leq t \leq 180$$

- α) Να βρείτε το ελάχιστο και το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει το κάθισμα, καθώς και τις στιγμές κατά τις οποίες το κάθισμα βρίσκεται στο ελάχιστο και στο μέγιστο ύψος. (Μονάδες 8)
- β) Να υπολογίσετε την ακτίνα της ρόδας. (Μονάδες 3)

- γ) Να βρείτε την περίοδο της κίνησης, δηλαδή το χρόνο στον οποίο η ρόδα ολοκληρώνει μια περιστροφή. Πόσους γύρους έκαναν οι δύο φίλες στο διάστημα από 0 έως 180 sec; (Μονάδες 4+2=6)
- δ) Να μεταφέρετε στην κόλα σας τον πίνακα τιμών και το σύστημα συντεταγμένων που δίνονται παρακάτω και:
- να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών της συνάρτησης του ύψους $h(t)$ (Μονάδες 3)
 - να σχεδιάσετε στο σύστημα συντεταγμένων το τμήμα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $h(t)$ με $0 \leq t \leq 90$ (Μονάδες 5)

t	0	15	30	45	60	75	90
h(t)							



9) ΑΣΚΗΣΗ 4-17852 §3.4

Ένα παιγνίδι κρέμεται με ένα ελατήριο από το ταβάνι. Το ύψος του από το πάτωμα σε cm συναρτήσει του χρόνου t (sec) δίνεται από τη σχέση: $h(t) = \alpha \cdot \sin(\omega t) + \beta$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ και $\omega > 0$. Όταν το ελατήριο ταλαντώνεται, το ελάχιστο ύψος του παιχνιδιού από το πάτωμα είναι 20 cm και το μέγιστο 100 cm. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το ύψος παίρνει την ελάχιστη τιμή του και ο χρόνος μιας πλήρους ταλάντωσης (θέσεις: ελάχιστο-ηρεμία-μέγιστο-ηρεμία-ελάχιστο) είναι 6 sec.

- Να δείξετε ότι $\omega = \frac{\pi}{3}$. (Μονάδες 5)
- Να προσδιορίσετε τις τιμές των α και β αιτιολογώντας την απάντησή σας. (Μονάδες 6)
- Να υπολογίσετε το ύψος του παιγνιδιού από το πάτωμα 14 sec μετά την έναρξη της ταλάντωσης. (Μονάδες 8)
- Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $h(t)$, για $0 \leq t \leq 12$ (Μονάδες 6)

10) ΑΣΚΗΣΗ 4-20339 §3.4

Μια ρόδα ποδηλάτου περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της. Σημειώνουμε ένα σημείο P της ρόδας (όπως φαίνεται στο σχήμα), το οποίο τη χρονική στιγμή $t = 0$, είναι το σημείο επαφής της ρόδας με μια επιφάνεια. Η συνάρτηση που εκφράζει την απόσταση h (σε m) του σημείου P από την

επιφάνεια, t sec μετά την αρχή της κίνησης δίνεται από τη σχέση: $h(t) = -0,2\sin(\omega t) + 0,2$, με ω θετική πραγματική σταθερά. Υποθέτουμε ότι το σημείο P κάνει ένα πλήρη κύκλο σε 4 sec.

α) Να αποδείξετε ότι $\omega = \frac{\pi}{2}$.

(Μονάδες 5)

β) Να προσδιορίσετε την απόσταση του P από την επιφάνεια τις στιγμές: $t_1 = 1\text{sec}$, $t_2 = 2\text{sec}$ και $t_3 = 7\text{sec}$.

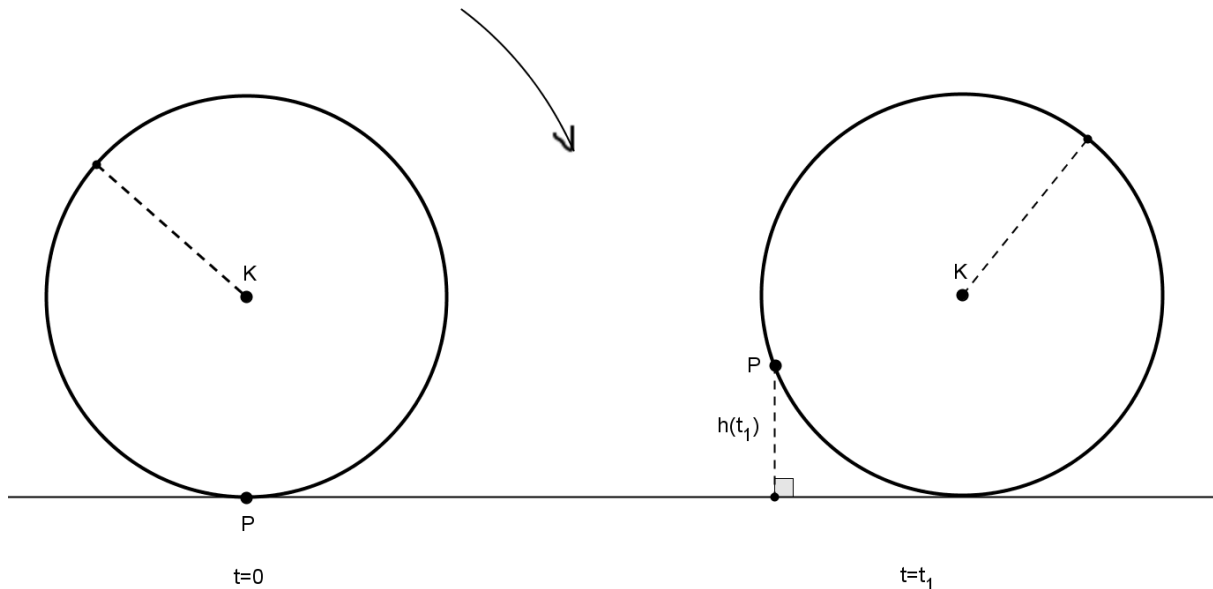
(Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της h .

(Μονάδες 5)

δ) Να προσδιορίσετε την ακτίνα της ρόδας.

(Μονάδες 9)



11) ΑΣΚΗΣΗ 4-20921 §3.4

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = ax + \beta$, όπου a, β πραγματικοί αριθμοί και της συνάρτησης $f(x) = r\sin(\omega x)$, όπου $\omega > 0$ και $r > 0$. Και οι δύο συναρτήσεις έχουν πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Επίσης η f έχει μέγιστο 3.

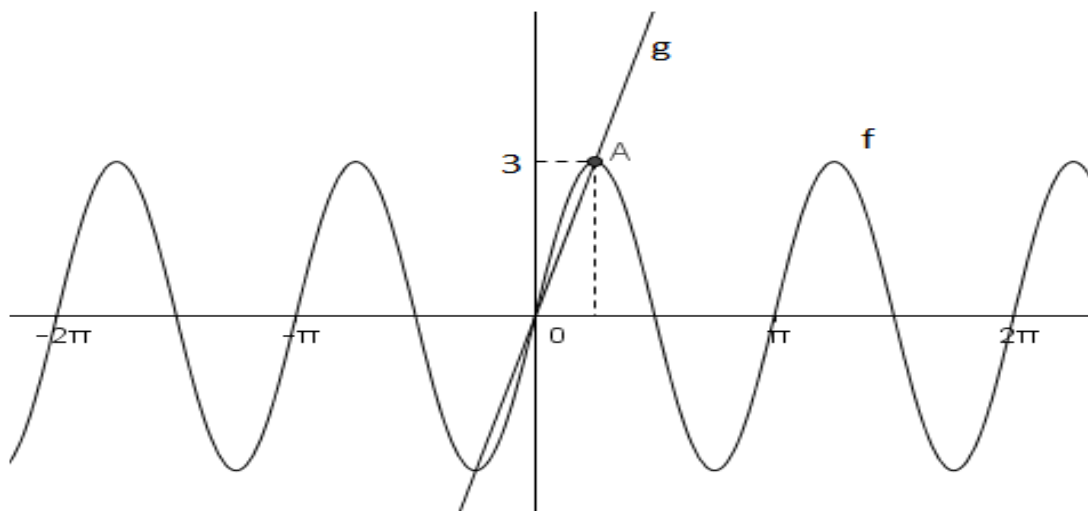
α) Να αποδείξετε ότι $r = 3$ και $\omega = 2$ (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τα a, β .

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε, γραφικά, το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $3\sin(2x) - \frac{12x}{\pi} = 0$ στο διάστημα $[0, \pi]$.

(Μονάδες 10)



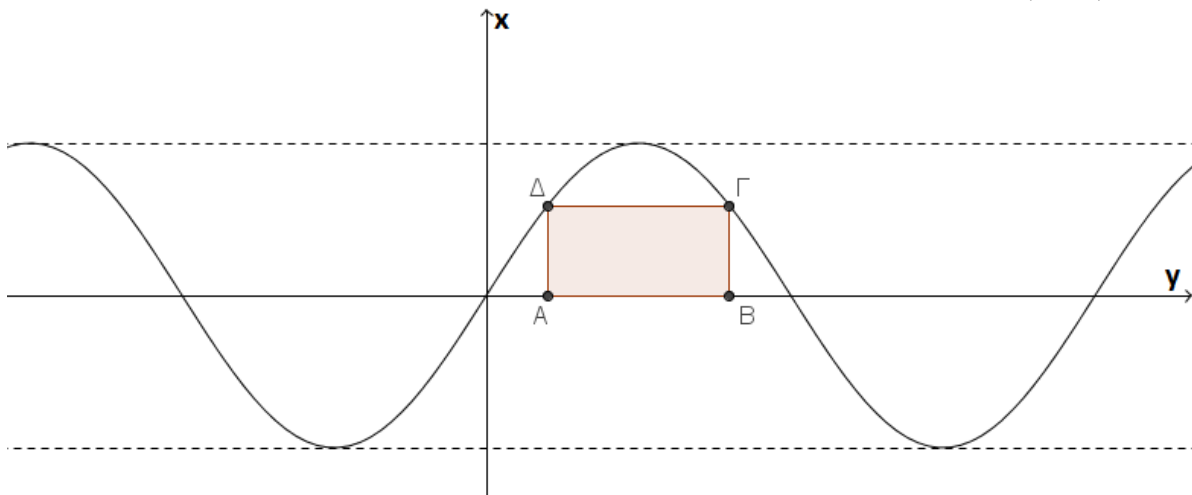
12) ΑΣΚΗΣΗ 4-20922 §3.4

Δίνεται η συνάρτηση $f(t) = -2\eta\mu\frac{\pi t}{2} + 2, t \in [0,4]$

- α) Να βρείτε την περίοδο της f . (Μονάδες 5)
 β) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της, καθώς και τις τιμές του t για τις οποίες η f παίρνει τις τιμές αυτές. (Μονάδες 12)
 γ) Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της f . (Μονάδες 8)

13) ΑΣΚΗΣΗ 4-22691 §3.4

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2\eta\mu\left(\frac{\pi}{4} \cdot x\right)$



- α) Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f . (Μονάδες 5)
 β) Το τετράπλευρο ABΓΔ είναι ορθογώνιο με $A\left(\frac{2}{3}, 0\right)$. Να βρείτε:
 i. τις συντεταγμένες του σημείου Δ. (Μονάδες 10)
 ii. τις συντεταγμένες των σημείων Β και Γ. (Μονάδες 10)

14) ΑΣΚΗΣΗ 4-22693 §3.4

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \alpha\eta\mu(\omega x)$ με παραμέτρους $\alpha, \omega > 0$.

Να βρείτε:

- α) την περίοδο της συνάρτησης f (Μονάδες 9)
 β) τους αριθμούς α και ω (Μονάδες 8)
 γ) τους αριθμούς $k \in \mathbb{R}$ για τους οποίους η εξίσωση $f(x) = k$ έχει μοναδική λύση στο διάστημα $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ και στη συνέχεια να λυθεί η εξίσωση αυτή. (Μονάδες 8)

