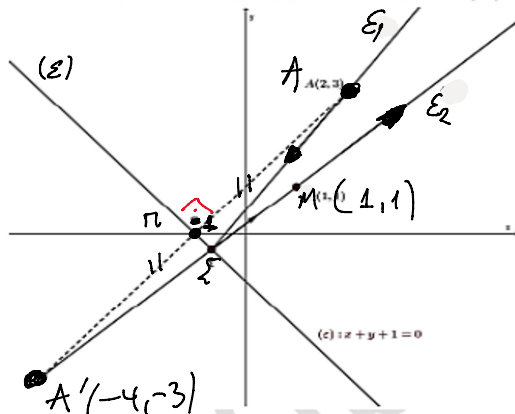


15439. Μία φωτεινή ακτίνα διερχόμενη από το σημείο $A(2,3)$ και προσπίπτουσα στην ευθεία (ϵ) με εξίσωση $x+y+1=0$, μετά την ανάκλασή της διέρχεται από το σημείο $M(1,1)$.



- α) i. Να αποδείξετε ότι η προβολή του σημείου A πάνω στην ευθεία (ϵ) είναι το σημείο $\Pi(-1,0)$. (Μονάδες 7)
 ii. Να αποδείξετε ότι το συμμετρικό του σημείου A ως προς την ευθεία (ϵ) είναι το σημείο $A'(-4,-3)$. (Μονάδες 5)
 β) i. Αν γνωρίζετε ότι η ανακλώμενη ακτίνα είναι η ευθεία (ϵ_2) η οποία διέρχεται από τα σημεία A', Σ, M , τότε να βρείτε την εξίσωσή της. (Μονάδες 4)
 ii. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου πρόσπτωσης Σ της φωτεινής ακτίνας (ϵ_1) πάνω στην ευθεία (ϵ) . (Μονάδες 5)
 γ) Αν $\Sigma(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$, τότε να βρείτε την εξίσωση της προσπίπτουσας ακτίνας (ϵ_1) . (Μονάδες 4)

Ερωτησ Π

$$(-) \begin{cases} y = x+1 \\ x+y+1=0 \end{cases}$$

$$\cancel{y} - \cancel{x} - 1 = x+1 - 0$$

$$\Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x = -1 \quad \text{και} \quad y = 0$$

ii) Ερωτ $A'(x_A, y_A)$ και τότε το Π που ανήκει στην ευθεία (ϵ) είναι $\Pi(-1,0)$.

Α(2,3) και $A'(-4,-3)$

$$\text{και} \quad \left(\frac{x_A+2}{2}, \frac{y_A+3}{2} \right) = (-1,0) \quad \text{και} \quad \frac{x_A+2}{2} = -1$$

$$\text{και} \quad \frac{y_A+3}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad y_A = -3$$

β) i) $M(1,1)$ και $A'(-4,-3)$

$$\text{Ερωτ } \epsilon_2: y-y_0 = \lambda_2(x-x_0)$$

$$\text{και} \quad \lambda_2 = \frac{-3-1}{-4-1} = \frac{-4}{-5} = \frac{4}{5}$$

$$\text{και} \quad x_A+2 = -2 \Rightarrow x_A = -4$$

$$\text{και} \quad y_A = -3 \quad \text{και} \quad A'(-4,-3)$$

και $\epsilon_2: y-1 = \frac{4}{5}(x-1) \Rightarrow y = \frac{4}{5}x - \frac{4}{5} + 1 \Rightarrow y = \frac{4}{5}x + \frac{1}{5} \quad (\epsilon_2)$

ii) Ερωτ Σ. Το Σ είναι το ενδιαφέρον σημείο...

Ερωτησ Π: $\begin{cases} A\pi \quad \times \\ (\epsilon) \quad \checkmark \end{cases}$

Ερωτ

$$A\pi: y-y_0 = \lambda_{A\pi} \cdot (x-x_0)$$

υπολογ

$$\lambda_{A\pi} \cdot \lambda_{\epsilon} = -1 \quad (A\pi \perp (\epsilon))$$

$$(\epsilon): x+y+1=0$$

Ερωτ $\vec{\delta} \parallel \epsilon \quad \text{και} \quad \vec{\delta} = (1,-1)$

$$\lambda_{\vec{\delta}} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\lambda_{A\pi} \cdot (-1) = -1 \Rightarrow \lambda_{A\pi} = 1$$

Σημείο $A(2,3)$

$$A\pi: y-3 = 1 \cdot (x-2)$$

$$\boxed{y = x+1} \quad A\pi.$$

ii) Έστω Σ . Το Σ είναι το ευθύγραμμο πρόβλημα με αντικείμενα των E_1, E_2
 Λεχ $\Sigma: \begin{cases} y = \frac{4}{5}x + \frac{1}{5} \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow y - x - 1 = \frac{4}{5}x + \frac{1}{5} - 0 \Rightarrow$

$$-5x - 5 = 4x + 1 \Rightarrow$$

$$-9x = 6 \Rightarrow x = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3}$$

$$\text{Λεχ } \Sigma \left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$$

$$\text{Λεχ } -\frac{2}{3} + y + 1 = 0$$

$$y = -\frac{1}{3}$$

$$\gamma) A(2,3), \Sigma \left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$$

$$\text{Έστω } (E_1): y - y_0 = \lambda_1 (x - x_0) \quad \text{υπόση: } \lambda_1 = \frac{-\frac{1}{3} - 3}{-\frac{2}{3} - 2} =$$

$$\text{Λεχ } \Sigma_{\text{τακω}} A(2,3) = \frac{\frac{-1-9}{3}}{\frac{-2-6}{3}} = \frac{-10}{-8} = \frac{5}{4}$$

$$(E_1): y - 3 = \frac{5}{4} (x - 2) \Rightarrow y = \frac{5}{4}x - \frac{5}{2} + 3 \Rightarrow$$

$$\boxed{y = \frac{5}{4}x + \frac{1}{2}}_{E_1}$$

16477. Σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Oxy , η εξίσωση ευθείας $e_\lambda: \lambda x + (1-\lambda)y + 2 = 0$

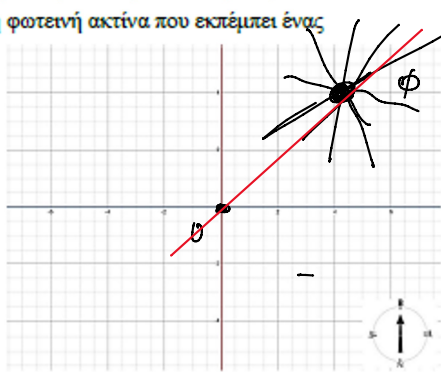
όπου λ αριθμός που μεταβάλλεται στο $\mathbb{R}$, παριστάνει τη φωτεινή ακτίνα που εκπέμπει ένας περιστρεφόμενος φάρος Φ . Ακόμη δίνεται ότι ένα φορτηγό πλοίο είναι ακυροβολημένο στο σημείο $O(0,0)$.

α) i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του φάρου Φ . (Μονάδες 10)

ii. Να εξετάσετε αν υπάρχει φωτεινή ακτίνα που εκπέμπεται από το φάρο προς το ακυροβολημένο πλοίο. (Μονάδες 5)

β) Ένα ρυμουλκό πλοίο P βρίσκεται βόρεια του φάρου Φ . Η φωτεινή ακτίνα που φωτίζει το P έχει εξίσωση $x + y + 4 = 0$. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου P όταν είναι γνωστό ότι η

συντομότερη διαδρομή που πρέπει να διανύσει το ρυμουλκό πλοίο για να πάει προς το ακυροβολημένο φορτηγό πλοίο είναι ίση με 4 μονάδες μήκους. (Μονάδες 10)



α) i)

$$\text{Έστω } \lambda = 0$$

$$E_1: y + 2 = 0$$

$$\text{Έστω } \lambda = 1$$

$$E_2: x + 2 = 0$$

$$\text{Ευθύγραμμο } \lambda \text{ και } \gamma$$

$$y = -2$$

$$E_1 \text{ και } E_2 \text{ αν } \Phi(-2, -2) \text{ εκκέντρωση των } E_1$$

$$E_2: \lambda x + (1-\lambda)y + 2 = 0 \text{ και } \text{για το } \Phi \text{ και } \gamma$$

$$x = -2$$

$$\Phi(-2, -2)$$

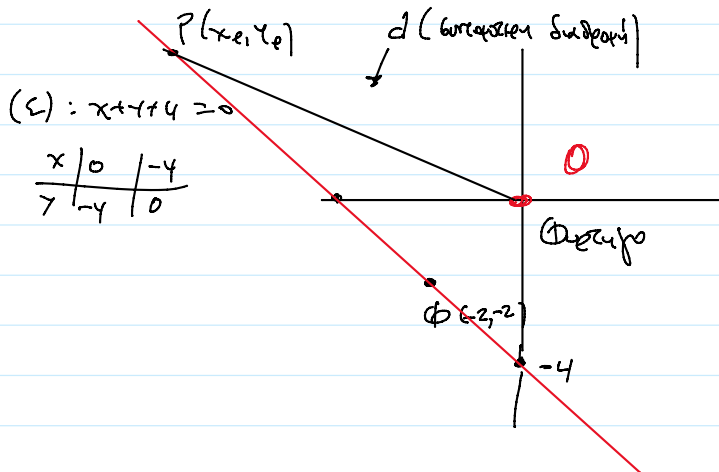
$$\lambda: \lambda x + (1-\lambda)y + 2 = 0 \text{ για } \lambda \in \mathbb{R}$$

$$-2 \cdot \lambda + (1-\lambda)(-2) + 2 = 0 \Rightarrow -2\lambda - 2 + 2\lambda + 2 = 0$$

now both

ii) Εύχρηστο αν για κάποιο $\lambda \in \mathbb{R}$ υπάρχει σημείο που περιέχει $(0,0)$

$$\text{Εξ: } \lambda \cdot 0 + (1-\lambda) \cdot 0 + 2 = 0 \Rightarrow 2 = 0 \text{ Αδύνατο}$$



Από δν υπάρχει σημείο!

$$d = 4 = |\vec{PO}| \Rightarrow \sqrt{x_e^2 + y_e^2} = 4$$

$$\Rightarrow x_e^2 + y_e^2 = 16$$

$$P \in (L) \quad x_e + y_e + 4 = 0$$

(Εύχρηστο p) (μτ $x_p < 0$ και $y_p > 0$
 (προσημασμού φ))