

• **ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΚΑΙ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΤΩΝ ΡΙΖΩΝ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ**

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a \neq 0$$

1. Η εξίσωση $x^2 + 2x - 8 = 0$ δέχεται ως ρίζα έναν από τους παρακάτω αριθμούς: 1, -1, 2, -2

Βρείτε ποιον και στη συνέχεια να βρείτε την άλλη ρίζα της εξίσωσης με δύο τρόπους, χωρίς να τη λύσετε.

Υπόδειξη: Χρησιμοποιήστε το άθροισμα και το γινόμενο των δύο ριζών.

Να γίνει το ίδιο και για τις εξισώσεις:

α) $x^2 + 7x - 8 = 0$

β) $2x^2 + 3x - 5 = 0$

γ) $-x^2 + x + 2 = 0$

δ) $x^2 + 3x + 4 = 0$

2. Να ελέγξετε αν οι παρακάτω εξισώσεις έχουν ρίζες. Στην περίπτωση που έχουν να υπολογίσετε το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών.

α) $x^2 - 3x + 14 = 0$

β) $-x^2 + 4x + 6 = 0$

γ) $2x^2 + 3x + 1 = 0$

δ) $2x^2 - 4x - 2\sqrt{3} = 0$

ε) $x^2 + x(1 + 2\sqrt{2}) + 2\sqrt{2} = 0$

3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + x + \lambda - 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε για ποια τιμή του λ είναι: $x_1x_2 + 3(x_1 + x_2) + 5 = 0$

4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \lambda x - \lambda^2 - 5 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρεθεί ο λ έτσι ώστε να ισχύει η σχέση: $(x_1 - 2)(x_2 - 2) = -4$

5. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 2\lambda x + \lambda^2 - 4\lambda - 5 = 0$. Να βρεθεί ο λ έτσι ώστε να ισχύει η σχέση: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{4}$

6. α) Αποδείξτε ότι η εξίσωση $x^2 + \lambda x - 1 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές, οποιοσδήποτε και αν είναι ο αριθμός λ .

β) Χωρίς να υπολογίσετε τις ρίζες αυτές, να βρείτε τις παρακάτω παραστάσεις:

i) $x_1 + x_2$

ii) x_1x_2

iii) $x_1^2 + x_2^2$

iv) $x_1x_2^2 + x_2x_1^2$

7. Ποιο είναι το κ , όταν η εξίσωση $\kappa x^2 - 4x - 35 = 0$ έχει άθροισμα ριζών ίσο με 1;

8. Ποιο είναι το κ όταν η εξίσωση $2x^2 + \kappa(x - 6) = 0$ έχει ρίζες των οποίων το γινόμενο είναι $-\frac{1}{2}$;

10. Ποιο είναι το κ όταν η εξίσωση $6x^2 + 7x + \kappa = 0$ έχει μια ρίζα διπλή;

11. Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 5x - 7 = 0$, ποια από τις παρακάτω ισότητες είναι αληθής;

A. $\rho_1 + \rho_2 = -\frac{5}{2}$

B. $\rho_1\rho_2 = \frac{7}{5}$

Γ. $\rho_1\rho_2 = -\frac{7}{5}$

Δ. $\rho_1 + \rho_2 = \frac{5}{2}$

E. $\rho_1\rho_2 = \frac{7}{2}$

12. Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\gamma \neq 0$, τότε η εξίσωση $\gamma x^2 + \beta x + 1 = 0$ έχει για ρίζες της:

A. $\rho_1, -\rho_2$

B. $-\rho_1, \rho_2$

Γ. $\rho_1, \frac{1}{\rho_2}$

Δ. $\frac{1}{\rho_1}, \frac{1}{\rho_2}$

E. $\frac{1}{\rho_1}, \rho_2$

13. Αν ρ_1, ρ_2 είναι ρίζες της $x^2 + (\alpha + \gamma)x + \alpha\gamma - \beta^2 = 0$ να βρεθούν οι ρίζες της εξίσωσης $y^2 - (\rho_1 + \rho_2)y + \rho_1\rho_2 + \beta^2$ χωρίς να χρησιμοποιηθεί ο τύπος που λύνει τη δευτεροβάθμια εξίσωση.

14. Δίνεται η εξίσωση: $9x^2 + 6x + \gamma = 0$ με ρίζες ρ_1, ρ_2 . Εάν γνωρίζουμε ότι $\rho_1 - \rho_2 = 2$,

α) να βρείτε τις ρίζες ρ_1 και ρ_2

β) να βρείτε το γ .

16. Να σχηματίσετε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού που να δέχεται ως ρίζες τους αριθμούς:

α) $x_1 = 4, x_2 = 3$

β) $x_1 = 2, x_2 = \mu$

γ) $x_1 = 2\mu + 3, x_2 = 3 - 2\mu$

δ) $x_1 = 5 + \sqrt{2}, x_2 = 5 - \sqrt{2}$

ε) $x_1 = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}, x_2 = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$

στ) $x_1 = \frac{\alpha}{\beta}, x_2 = \frac{\beta}{\alpha} \quad \alpha\beta \neq 0$

ζ) $x_1 = \frac{2\mu + 1}{\mu}, x_2 = \frac{3\mu + 1}{\mu} \quad \mu \neq 0$

16. Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ να σχηματίσετε μια άλλη εξίσωση που να δέχεται ως ρίζες τους αριθμούς $k\rho_1, k\rho_2$, όπου k ακέραιος αριθμός.

17. Αν οι παρακάτω εξισώσεις έχουν δύο ρίζες άνισες, ποια απ' αυτές έχει ρίζες αντίστροφους αριθμούς;

A. $-4x^2 - \beta x + 4 = 0$

B. $4x^2 + \beta x - 4 = 0$

Γ. $x^2 + \beta x - 1 = 0$

Δ. $x^2 - \beta x + 1 = 0$

E. $-x^2 - \beta x + 1 = 0$