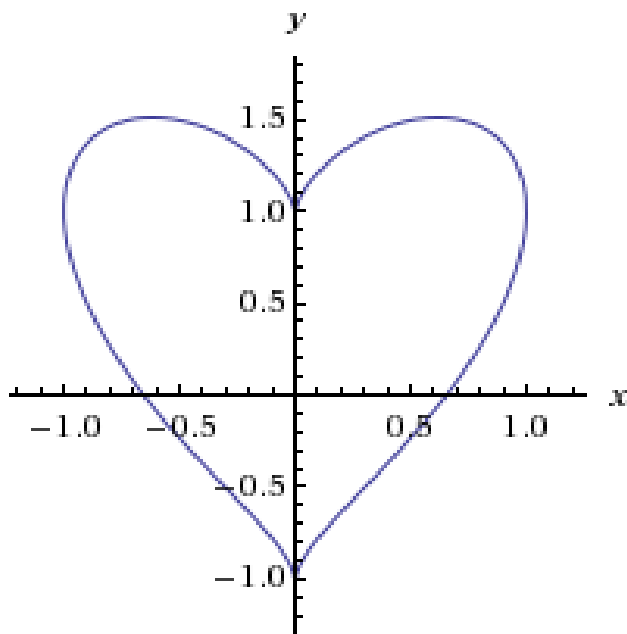


I

$$x^2 + \left(y - \sqrt[3]{x^2}\right)^2 = 1$$



R

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 1ου ΒΑΘΜΟΥ

1. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$i) \frac{5x-7}{2} - \frac{2x+7}{3} = 3x-14 \quad ii) \frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} = 2 + \frac{3x-1}{15} \quad iii) \frac{x-1}{7} + \frac{23-x}{5} = 7 - \frac{4+x}{4}$$

1. Αν $-1 < \chi < 2$ να δείξετε ότι $|3 - |\chi - 2|| = \chi + 1$

3. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$(1) \quad \lambda^2(x-1) - 5x = -\lambda(\lambda-1) - (x+2)$$

$$(2) \quad \lambda x + 2(x-\lambda) = (\lambda-1)^2 - 5$$

$$(3) \quad \lambda^2(x-2) - 1 = x + 3\lambda$$

$$(4) \quad 9\lambda^2 x - 2 = 3\lambda + 4x$$

$$(5) \quad 4\lambda^2 x - 1 = x + 2\lambda$$

$$(6) \quad \lambda x + 2(x-\lambda) - 3 = (1+\lambda)^2$$

$$(7) \quad \lambda^3 x - \lambda - 1 = x + \lambda^2$$

$$(8) \quad \frac{x+2}{\lambda} + \frac{x-\lambda}{2} = \frac{\lambda^2-4}{2\lambda}$$

3. Να εξετάσετε πότε η εξίσωση $\frac{\alpha\chi-\beta}{3} + \frac{\chi}{2} = 3\chi - \alpha$ (ι) έχει μία λύση, (ιι) είναι ταυτότητα, (ιιι) είναι αδύνατη.

4. Υπάρχουν τιμές των λ, μ ώστε η εξίσωση $(\lambda-\chi)(1-\mu) + (\chi-\lambda)(1-\chi) = (1+\chi)(\mu-\chi)$ να είναι αδύνατη; Πότε έχει μία λύση και ποιά είναι αυτή;

5. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{\chi}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{\alpha} - \frac{\chi}{\beta}$ ($\alpha\beta \neq 0$).

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΑΝΑΓΟΝΤΑΙ ΣΕ 1ου ΒΑΘΜΟΥ**A. ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΕΣ**

1. Να επιλυθεί η εξίσωση $\frac{1}{2x-3} + \frac{3}{3x-2x^2} = \frac{5}{x}$.

2. Να επιλυθεί η εξίσωση $\frac{3}{4-2x} + \frac{30}{8(1-x)} = \frac{3}{2-x} + \frac{5}{2-2x}$.

3. Να επιλυθεί η εξίσωση $\frac{2x+1}{3x-3} = \frac{7x-1}{6x+6} - \frac{2x^2-3x-45}{4x^2-4}$

B. ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΝΑΓΟΝΤΑΙ ΣΕ ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ 1ου ΒΑΘΜΟΥ

i) $2x^3 - x^2 - 8x + 4 = 0$ ii) $x^5 + x^4 = x + 1$ iii) $x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = 0$

iv) $x^3 - x^2 = x - 1$ v) $(x-1) \cdot (x^2-9) = (x+3) \cdot (x^2-1)$

Γ. ΑΠΟΛΥΤΑ

→ ΜΟΡΦΗ $|A(\chi)| = \theta$

i. $|3x-1| = 4$

ii. $|2x+1| = 0$

iii. $|1-3x| = 5$

iv. $|x+1| = -2$

v. $|4x-3| + 7 = 0$

vi. $2|x| = -12$

vii. $3|1-x| = 12$

viii. $2|3x-1| + 2 = 8$

ix. $2(|x-5|-3) = 4$

x. $3|2x-3| - 4 = |2x-3| + 8$

xi. $3-2|x+3| = 3|x+3|-12$

xii. $\frac{|x-2|}{3} - \frac{1}{2} = \frac{|6-3x|-2}{4}$

xiii. $2|2x-3| + 1 = 7 - 4|3-2x|$

xiv.

$$\frac{|x-2|+3}{3} - \frac{|3x-6|-2}{9} = \frac{|2-x|-1}{18} + 1$$

→ΜΟΡΦΗ $|A(x)| = |B(x)|$

$$\text{i)} |x-2| = 2|x+1| \quad \text{ii)} |x-1| = |x-3| \quad \text{iii)} |x-2| = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$$

→ΜΟΡΦΗ $|A(x)| = B(x)$

$$\text{i)} \left| -\frac{x}{4} + 4 \right| = x-1 \quad \text{ii)} 2|1-2x| = 3-4x \quad \text{iii)} |x-2| = 3x-1 \quad \text{iv)} 3|2x-1| = x+1$$

$$\text{v)} |2x-1| = x-2 \quad \text{vi)} |x-2| = 3x-1$$

→ ΜΟΡΦΗ $|A(x)| + |B(x)| = 0$

$$\text{i)} |x-3| + |2x-6| = 0 \quad \text{ii)} |x^2-5x+6| + |x-2| = 0$$

→ EXTREME

$$\text{i)} |4|x|-5| = 7 \quad \text{ii)} |4|x|-5| = 7 \quad \text{iii)} ||x|+2| = 2x$$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΜΟΡΦΗΣ $x^y = a$

1. Να επιλυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

(α) $x^5 = 0$	(β) $x^{10} = 0$	(γ) $x^{40} = 1$
(δ) $x^{99} = 1$	(ε) $x^{11} = -1$	(στ) $x^{20} = -1$
(ζ) $x^5 = 2$	(η) $x^4 = 4$	(θ) $x^3 = -13$
(ι) $x^6 = -8$	(ια) $32x^5 - 1 = 0$	(ιβ) $16x^4 - 81 = 0$
(ιγ) $27x^3 + 8 = 0$	(ιδ) $256x^8 + 1 = 0$	(ιε) $(x+2)^6 - 8(x+2)^3 = 0$

2. Να επιλυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

(α) $7x^7 - 7x^3 = 0$	(β) $x^{10} = 32x^5$	(γ) $81x^8 - 16x^4 = 0$
(δ) $64x^9 + 27x^3 = 0$	(ε) $(x-1 -4)^3 = 27$	(στ) $x^3(x^3+30) = 3x^3$
(ζ) $\sqrt[5]{(x-1)^3} = 8$	(η) $\sqrt[3]{x} = 2\sqrt[4]{x}$	(θ) $(3-x -5)^4 - 16 = 0$
(ι) $\left(\frac{2x}{x+1}\right)^4 = 1$	(ια) $\lambda x^4 = \lambda^2$	(ιβ) $\alpha x^3 = 1$

1. Να λυθούν οι εξισώσεις

i. $x^2 - x - 6 = 0$	ii. $3x^2 - 4x - 7 = 0$
iii. $-2x^2 + 3x - 7 = 0$	iv. $9x^2 + 12x + 4 = 0$
v. $-2x^2 + 6x - 4 = 0$	vi. $2x^2 + x + 1 = 0$

2. Να λυθούν οι εξισώσεις

i. $2x^2 + x = 0$	ii. $2x^2 - 4 = 0$	iii. $2x^2 + 1 = 0$
iv. $-2x^2 + 6x = 0$	v. $2(x-3) = x^2 - 6$	vi. $2x(x-3) = x^2$

3. Να λυθούν οι εξισώσεις :

i. $2x(x+3) + 5 = x^2$	$x(7x+3) = 5x^2 - 2x - 2$
ii. $(x+2)^2 - 2x(6-x) = -2(3x-10)$	
iii. $(4x+1)^2 - 9 = (x+1)^2$	$(4x-6) \cdot (x+1) = (5x-10) \cdot (x-1)$

4. Να λυθούν οι εξισώσεις

$$A) \quad x^2 - (\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3} = 0 \quad B) \quad x^2 + (\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} = 0$$

5. Η εξίσωση $x^2 + (m - 1)x - 1 = 0$ έχει ρίζες οποιοσδήποτε κι αν είναι ο m . Γιατί;

6. Ποιο είναι το κ όταν η εξίσωση $6x^2 + 7x + \kappa = 0$ έχει μια ρίζα διπλή;

7. Να βρείτε τις τιμές του α για τις οποίες η εξίσωση $x^2 - 4x + 6 = \alpha(\alpha - 1)$ έχει μια ρίζα διπλή.

8. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + 2x - \mu + 3 = 0$. Να βρεθεί για ποιες τιμές του μ :

α) έχει δύο διαφορετικές ρίζες β) έχει μια διπλή ρίζα γ) δεν έχει ρίζες.

9. Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης: $(m - 3)x^2 - 2mx + m + 2 = 0$, $m \neq 3$

για τις διάφορες τιμές του m .

10. Να βρεθεί ο $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $x^2 - (\alpha + 2)x + 9 = 0$ να έχει

διπλή ρίζα η οποία να υπολογιστεί.

11. Να προσδιορίσετε τις ρίζες των παρακάτω εξισώσεων χωρίς να υπολογίσετε την διακρίνουσά τους.

α) $x^2 + 6x + 8 = 0$ β) $x^2 - 8x + 15 = 0$ γ) $x^2 + x - 12 = 0$ δ) $3x^2 - 7x + 2 = 0$

12. Να σχηματίσετε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες τους αριθμούς: α) $x_1 = 4$, $x_2 = 3$

β) $x_1 = 4$, $x_2 = \frac{1}{4}$ γ) $x_1 = \alpha + \beta$ $x_2 = \alpha - \beta$ δ) $x_1 = 5 + \sqrt{2}$, $x_2 = 5 - \sqrt{2}$

13. Να βρείτε δύο αριθμούς: α) με άθροισμα $\frac{5}{6}$ και γινόμενο $\frac{1}{6}$

β) με άθροισμα 2 και γινόμενο -1

14. Ποιο είναι το κ , όταν η εξίσωση $\kappa x^2 - 4x - 35 = 0$ έχει άθροισμα ριζών ίσο με 1;

15. Ποιο είναι το κ όταν η εξίσωση $2x^2 + \kappa(x - 6) = 0$ έχει ρίζες των οποίων το γινόμενο είναι $-\frac{1}{2}$;

16. Αν x_1 , x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 6x - 7 = 0$ να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 x_2$ γ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ δ) $x_1^2 + x_2^2$ ε) $x_1^3 + x_2^3$.

17. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$ β) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ γ) $x^4 - 2x^2 - 15 = 0$ δ) $6y^4 + 17y^2 = -12$

ε) $(x - 4)^4 - 7(x - 4)^2 + 6 = 0$

18. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $x^2 - 8|x| + 7 = 0$ β) $x^2 - 3|x| - 4 = 0$ γ) $(x + 1)^2 + |x + 1| - 2 = 0$

δ) $(x - 1)^2 - 4 = 3|x - 1|$ ε) $(2x - 1)^2 - |2x - 1| - 6 = 0$

i. $(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 = 0$ ii. $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

iii. $16x^8 - 17x^4 + 1 = 0$

19. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i. $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} - \frac{x}{1 - x} = \frac{x - 1}{x + 1}$

ii. $\frac{x + 5}{x - 5} + \frac{x - 5}{x + 5} = \frac{10}{3}$

iii. $\frac{x + 3}{x + 2} - \frac{16}{x^2 + 2x} = \frac{2}{x}$

