

Γενικές Ερωτήσεις Ανακεφαλαίωσης

Μαθηματικά Α Λυκείου

Ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. Συμπλήρωσε τον πίνακα με την κατάλληλη μαθηματική έκφραση:

Φυσική γλώσσα	Μαθηματική γλώσσα
Δύο αριθμοί x, y διαφέρουν κατά 2 και έχουν γινόμενο 2	$x(x + 2) = 2$
Δύο αντίστροφοι αριθμοί που έχουν άθροισμα 3	
Ορθογώνιο που έχει περίμετρο 20 cm και εμβαδόν 21	
Το άθροισμα των τετραγώνων δύο διαδοχικών ακεραίων αριθμών ισούται με α .	
Το άθροισμα των τετραγώνων τριών διαδοχικών ακεραίων αριθμών ισούται με β .	
Η διαφορά των τετραγώνων δύο διαδοχικών περιττών αριθμών είναι ίση με 8000.	
Το τετράγωνο του αριθμού των ετών της ηλικίας του Γιάννη ισούται με το διπλάσιο της ηλικίας την οποία θα έχει μετά 12 χρόνια.	
Τρεις διαδοχικοί ακέραιοι αριθμοί που το διπλάσιο του μεσαίου είναι ίσο με το άθροισμα του μικρότερου και του μεγαλύτερου.	
Ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς με το 96, και το πηλίκο του είναι μεγαλύτερο κατά 4 από τον διαιρέτη.	

2. Να συμπληρώσεις τα κενά:

Η εξίσωση $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ με διακρίνουσα Δ :

- έχει δύο ρίζες άνισες, αν Δ
- έχει μια διπλή ρίζα, αν Δ
- δεν έχει καμιά πραγματική ρίζα, αν Δ

Ερωτήσεις του τύπου «σωστό-λάθος»

3. Η εξίσωση $ax^2 + c = 0$ έχει διακρίνουσα πάντα αρνητική. Σ Λ

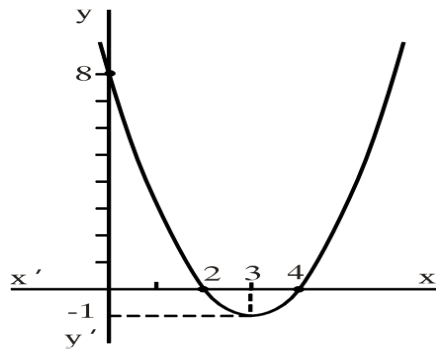
4. Αν α, γ ετερόσημοι αριθμοί, η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ έχει δύο άνισες ρίζες Σ Λ

5. Η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ έχει μία ρίζα ίση με το μηδέν, όταν η διακρίνουσά της είναι ίση με το μηδέν. Σ Λ
6. Η εξίσωση $ax^2 + \beta x - \gamma = 0$ έχει δύο ρίζες άνισες αν $\alpha > 0$ και $\gamma > 0$. Σ Λ
7. Οι αριθμοί 2 και 3 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 5x + 6 = 0$ Σ Λ
8. Αν η εξίσωση $x^2 - \lambda x + 1 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}^*$ έχει δύο ρίζες άνισες, αυτές είναι αντίστροφες. Σ Λ
9. Αν η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ έχει δύο ρίζες αντίθετες, τότε είναι $\beta = 0$. Σ Λ
10. Αν p_1, p_2 είναι ρίζες της $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ οι $-p_1, -p_2$ είναι ρίζες της $ax^2 - \beta x + \gamma = 0$ Σ Λ
11. Αν p_1, p_2 ($p_1 \cdot p_2 \neq 0$) είναι ρίζες της $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ οι $\frac{1}{p_1}, \frac{1}{p_2}$ είναι ρίζες της $\gamma x^2 + \beta x + \alpha = 0$, $\gamma \neq 0$. Σ Λ
12. Υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί α, β τέτοιοι ώστε $\alpha + \beta = 1$ και $\alpha \cdot \beta = 3$. Σ Λ
13. Όταν η εξίσωση $x^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει δύο ρίζες ετερόσημες, το γ είναι αρνητικός αριθμός. Σ Λ
14. Όταν η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha < 0$ έχει δύο ρίζες ετερόσημες, το γ είναι αρνητικός αριθμός. Σ Λ
15. Όταν η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ έχει δύο ρίζες ομόσημες, το β είναι πάντα θετικός αριθμός. Σ Λ
16. Αν p_1, p_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ τότε $p_1^2 + p_2^2 = \left(-\frac{\beta}{\alpha}\right)^2$. Σ Λ
17. Αν p_1, p_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ οι $|p_1|, |p_2|$ θα είναι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta|x| + \gamma = 0$. Σ Λ

18. Η εξίσωση $x^2 - \kappa x - \lambda^2 = 0$ έχει δύο ρίζες ετερόσημες για κάθε $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}^*$.

Σ Λ

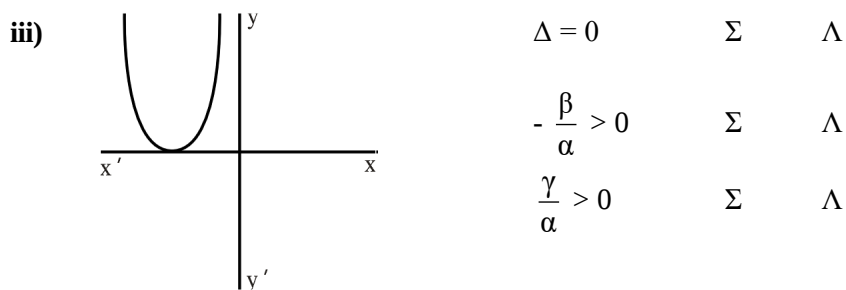
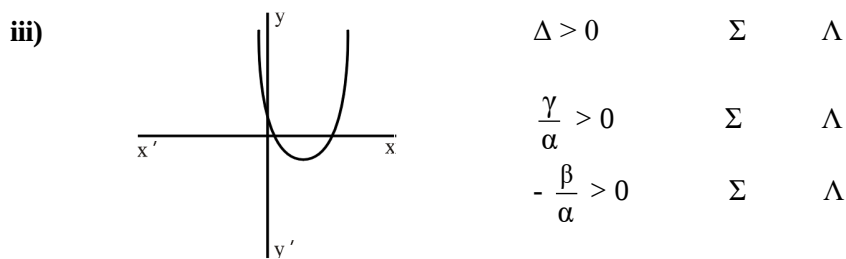
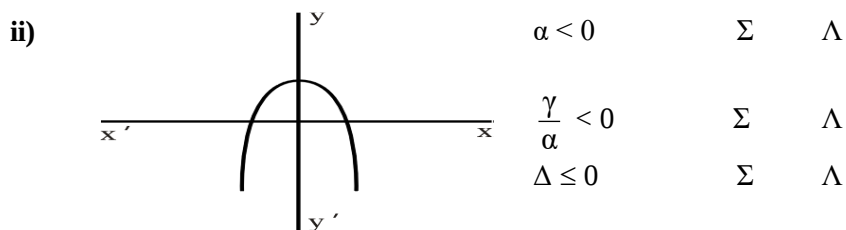
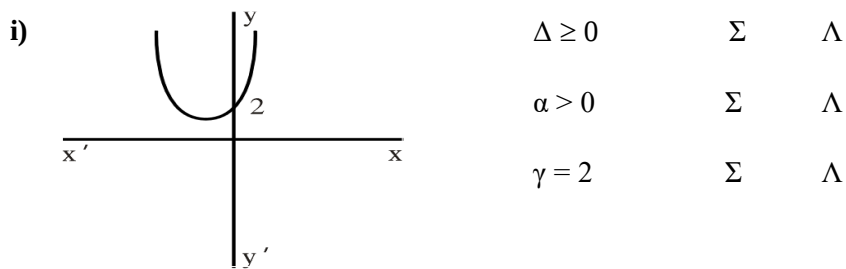
19. Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma = 0, a \neq 0$.



Να χαρακτηρίσετε ως Σ ή Λ τις παρακάτω προτάσεις:

- | | | |
|--|---|---|
| • $\alpha > 0$ | Σ | Λ |
| • $\beta < 0$ | Σ | Λ |
| • $\gamma > 0$ | Σ | Λ |
| • $\Delta < 0$ | Σ | Λ |
| • το σύνολο των τιμών της f είναι το $[-1, +\infty)$ | Σ | Λ |
| • η f έχει ελάχιστο το -1 | Σ | Λ |
| • το πεδίο ορισμού της f είναι το $[1, 4]$ | Σ | Λ |
| • Η f είναι άρτια | Σ | Λ |
| • έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = 3$ | Σ | Λ |
| • είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 3]$ | Σ | Λ |

20. Αν το κάθε σχήμα παριστάνει τη γραφική παράσταση συνάρτησης της μορφής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma = 0$, χαρακτηρίστε ως Σ ή Λ τις προτάσεις που αντιστοιχούν στο καθένα απ' τα παρακάτω σχήματα:



21. Για το τριώνυμο $f(x) = ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ ισχύει $\alpha f(1) < 0$. Τότε αυτό έχει δύο ρίζες άνισες.

Σ Λ

22. Αν για το τριώνυμο $f(x) = ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ ισχύει

$a f(2) > 0$, τότε ισχύει $\rho_1 < 2 < \rho_2$

(ρ_1, ρ_2 ρίζες του τριωνύμου).

Σ Λ

23. Αν $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, χαρακτηρίστε ως Σ ή Λ τις ανισότητες:

• $f(-1997) < 0$

Σ Λ

• $f(4 \cdot 10^5) > 0$

Σ Λ

• $f(2) > 0$

Σ Λ

• $f\left(\frac{1}{2000}\right) < 0$

Σ Λ

• $f(\pi) > 0$

Σ Λ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

24. Αν η εξίσωση $x^2 - 4x + a = 0$ έχει για διπλή ρίζα το 2, τότε ο a ισούται με:

A. 1 B. -1 Γ. 4 Δ. -4 E. 0

25. Αν η εξίσωση $x^2 - 2x - \kappa = 0$ έχει 2 ρίζες άνισες, για τον πραγματικό αριθμό κ ισχύει:

A. $\kappa < -1$ B. $\kappa \leq -1$ Γ. $\kappa < 0$ Δ. $\kappa > -1$

E. κ οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός

26. Η εξίσωση $x^2 - \kappa x + \kappa^2 = 0$ με άγνωστο τον x για κάθε πραγματικό αριθμό

$\kappa \neq 0$ έχει:

A. δύο ρίζες άνισες αρνητικές B. δύο ρίζες άνισες θετικές

Γ. μια διπλή ρίζα θετική Δ. διπλή ρίζα το μηδέν

E. καμία πραγματική ρίζα

27. Όταν οι a, γ είναι ετερόσημοι η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ έχει:

A. δύο ρίζες άνισες B. διπλή ρίζα θετική

Γ. διπλή ρίζα αρνητική Δ. καμία ρίζα

E. δεν μπορούμε να απαντήσουμε

28. Η εξίσωση $x^2 + \kappa^2 x - \lambda^2 = 0$ για οποιοσδήποτε πραγματικούς αριθμούς

κ και λ με $\kappa, \lambda \neq 0$, έχει:

A. δύο ρίζες άνισες ομόσημες B. δύο ρίζες ετερόσημες

Γ. μια διπλή ρίζα Δ. καμία πραγματική ρίζα

E. δεν μπορούμε να απαντήσουμε

29. Αν οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + \lambda x + 4 = 0$ είναι θετικές, τότε ο λ είναι:

A. $\lambda < -4$ B. $\lambda < 0$ Γ. $\lambda = 0$ Δ. $\lambda < -2$

E. οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός

30. Οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 4x - \lambda^2 = 0$ για οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό

$\lambda \neq 0$ είναι:

A. ομόσημες θετικές B. ομόσημες αρνητικές Γ. ετερόσημες

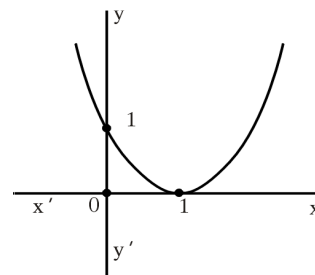
- Δ. το μηδέν και ένας θετικός αριθμός
Ε. το μηδέν και ένας αρνητικός αριθμός

31. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + 5x - 7 = 0$, τότε οι $-x_1, -x_2$ είναι ρίζες της εξίσωσης:
Α. $x^2 + 5x + 7 = 0$ Β. $x^2 - 5x - 7 = 0$ Γ. $x^2 + 5x - 7 = 0$ Δ. $x^2 - 5x + 7 = 0$ Ε. $x^2 + 7x - 5 = 0$
32. Αν οι ρίζες της εξίσωσης $5x^2 + (3 - \lambda)x - 1 = 0$ είναι αντίθετες τότε ο πραγματικός αριθμός λ είναι:
Α. αρνητικός αριθμός Β. $\lambda = 0$ Γ. $\lambda = 3$
Δ. $\lambda = -3$ Ε. $\lambda = 9$
33. Αν οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 3ax + a^2 = 0$, $a \neq 0$ είναι αντίστροφες τότε ο a είναι:
Α. οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός $\neq 0$
Β. οποιοσδήποτε αρνητικός αριθμός
Γ. $a = 1$ ή $a = -1$ Δ. $a = 9$ ή $a = -9$ Ε. $a = 5$ ή $a = -5$
34. Αν $\alpha + \beta = 5$ και $\alpha\beta = 6$ τότε οι αριθμοί α, β είναι ρίζες της εξίσωσης:
Α. $x^2 + 5x + 6 = 0$ Β. $x^2 - 5x + 6 = 0$ Γ. $x^2 - 5x - 6 = 0$
Δ. $x^2 + 6x - 5 = 0$ Ε. $x^2 - 6x + 5 = 0$
35. Στην ερώτηση «υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί α, β ώστε $\alpha + \beta = 1$ και $\alpha\beta = 6$ » δίνονται από τους μαθητές οι εξής απαντήσεις:
Α. Ναι
Β. Όχι
Γ. Ναι και είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - x + 6 = 0$
Δ. Ναι και είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + x - 6 = 0$
Ε. Ναι και είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - x - 6 = 0$
Ποια είναι η σωστή; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.
36. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 5x + 3 = 0$ τότε η παράσταση $x_1^2 + x_2^2$ ισούται με:
Α. 25 Β. 9 Γ. 19 Δ. 15 Ε. 29
37. Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + 7x + 2 = 0$ τότε η παράσταση $kx_1 + kx_2$ $k \neq 0$ ισούται με:
Α. 7 Β. -7 Γ. 7κ Δ. -7κ Ε. $7\kappa^2$
38. Αν οι αριθμοί x_1 και x_1^2 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 6x - 27 = 0$, τότε ο x_1 ισούται με:
Α. 9 Β. -27 Γ. 3 Δ. -3 Ε. -9
39. Η εξίσωση $x^2 - \kappa|x| - 3 = 0$, $\kappa \in \mathbb{R}^*$ έχει:
Α. μία λύση Β. δύο λύσεις Γ. καμία λύση Δ. τέσσερις λύσεις
Ε. δεν μπορούμε να απαντήσουμε

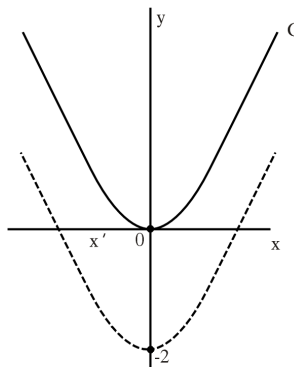
40. Η εξίσωση $x^4 + 3x^2 + \kappa = 0$, όπου $\kappa > 0$, έχει:
 Α. μία λύση Β. δύο λύσεις Γ. τέσσερις λύσεις
 Δ. καμία λύση Ε. δεν μπορούμε να απαντήσουμε
41. Ο κύκλος $x^2 + y^2 = 8$ και η ευθεία $y = x$ έχουν:
 Α. ένα κοινό σημείο στον άξονα $y'y$ Β. δύο κοινά σημεία στον άξονα $x'x$
 Γ. δύο κοινά σημεία αντιδιαμετρικά Δ. κανένα κοινό σημείο
 Ε. ένα κοινό σημείο στον άξονα $x'x$
42. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 - 5x - \kappa^2$, $\kappa \neq 0$ έχει με τον άξονα $x'x$:
 Α. ένα κοινό σημείο Β. ένα κοινό σημείο που είναι το $O(0, 0)$
 Γ. κανένα κοινό σημείο Δ. δύο κοινά σημεία
 Ε. δύο κοινά σημεία που το ένα είναι το $O(0, 0)$
43. Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \kappa x^2 - 2x + 1$, $\kappa \neq 0$ εφάπτεται στον άξονα $x'x$, τότε το κ ισούται με:
 Α. -1 Β. 1 Γ. -2 Δ. 2 Ε. 4

44. Ο τύπος της συνάρτησης που η γραφική της παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα είναι:

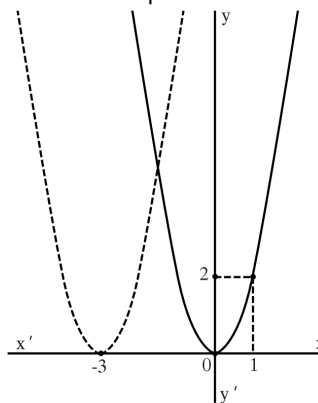
- Α. $f(x) = x^2 - 2x - 1$ Β. $\phi(x) = x^2 - 6x + 9$
 Γ. $h(x) = x^2 - 2x + 1$ Δ. $g(x) = x^2 - 6x - 9$
 Ε. $k(x) = x^2 + 4x + 4$



45. Στο διπλανό σχήμα με συνεχή γραμμή φαίνεται η παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2$. Η διακεκομμένη γραμμή παρουσιάζει παράσταση της συνάρτησης:
 Α. $g(x) = x^2 + 2$ Β. $g(x) = x^2 - 2$
 Γ. $g(x) = (x - 2)^2$ Δ. $g(x) = (x + 2)^2$
 Ε. $g(x) = x^2 - 4$

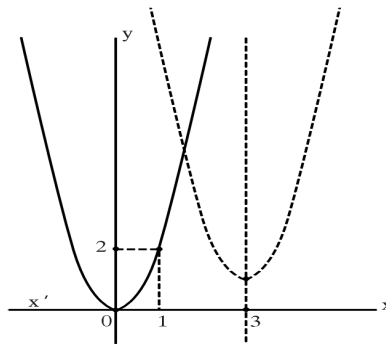


46. Στο διπλανό σχήμα με συνεχή γραμμή φαίνεται η παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2x^2$. Η διακεκομμένη γραμμή παρουσιάζει παράσταση της συνάρτησης:
 Α. $g(x) = 2(x + 3)^2$ Β. $g(x) = 2(x - 3)^2$
 Γ. $g(x) = (2x + 3)^2$ Δ. $g(x) = (2x - 3)^2$
 Ε. $g(x) = 2x^2 + 3$



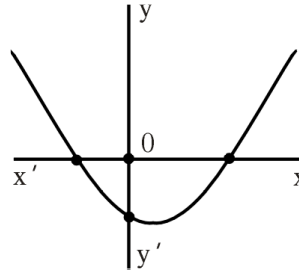
47. Στο διπλανό σχήμα με συνεχή γραμμή φαίνεται η παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2x^2$. Η διακεκομμένη γραμμή παρουσιάζει την παράσταση της συνάρτησης:

A. $g(x) = 2x^2 + 3$ B. $g(x) = 2x^2 + 1$
 Γ. $g(x) = 2(x - 3)^2 + 1$ Δ. $g(x) = 2(x + 3)^2 - 1$
 E. $g(x) = (2x - 3)^2 + 1$



48. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης στο σχήμα (για κάθε $\kappa \in \mathbb{R}$):

A. $f(x) = x^2 - \kappa x + 5$ B. $g(x) = x^2 - \kappa x - 5$
 Γ. $h(x) = x^2 - x + \kappa^2$ Δ. $\phi(x) = x^2 - 5x + \kappa^2$
 E. $t(x) = x^2 - x + 5\kappa^2$



49. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \kappa x^2 - 3x - \kappa$, έχει με τον άξονα $x'x$ (για κάθε τιμή του $\kappa \neq 0$):

A. ένα κοινό σημείο
 B. δύο κοινά σημεία στο θετικό ημιάξονα Ox
 Γ. δύο κοινά σημεία στον αρνητικό ημιάξονα Ox'
 Δ. κανένα κοινό σημείο
 E. δύο κοινά σημεία εκατέρωθεν του O

50. Αν οι αριθμοί -1 και 3 είναι ρίζες του τριωνύμου $f(x) = x^2 - \kappa x + \lambda$ ποια από τις παρακάτω ανισότητες είναι σωστή;

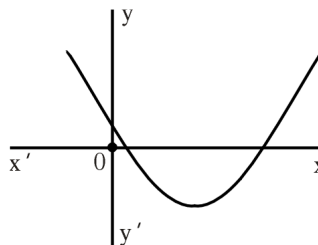
A. $f(5) < 0$ B. $f(-5) \leq 0$ Γ. $f(\frac{2}{3}) < 0$ Δ. $f(100) \leq 0$
 E. $f(-100) < 0$

51. Αν ρ_1, ρ_2 ($\rho_1 < \rho_2$) είναι ρίζες του τριωνύμου $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ και $af(1) < 0$, ο αριθμός 1 ανήκει στο διάστημα:

A. $(-\infty, \rho_1)$ B. (ρ_1, ρ_2) Γ. $[\rho_1, \rho_2]$ Δ. $[\rho_2, +\infty)$ E. $(\rho_2, +\infty)$

52. Η παραβολή του διπλανού σχήματος αντιπροσωπεύει τη συνάρτηση $f(x) = x^2 + \kappa x + \lambda$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής:

A. $\Delta < 0$
 B. $\kappa = 0$
 Γ. το σύνολο των τιμών της f είναι το $[0, +\infty)$
 Δ. το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $x^2 + \kappa x + \lambda = 0$ είναι μηδέν
 E. το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης $x^2 + \kappa x + \lambda = 0$ είναι αρνητικός αριθμός



53. Η παραβολή του διπλανού σχήματος αντιπροσωπεύει τη συνάρτηση $f(x) = x^2 + \kappa x + \lambda$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς;

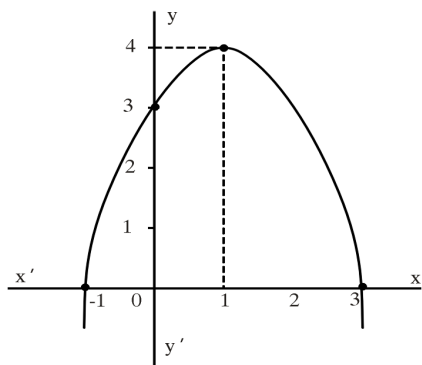
A. $\Delta = 0$

B. $\kappa < 0$

Γ. $\lambda > 0$

Δ. το σύνολο των τιμών της f είναι το $[1, +\infty)$

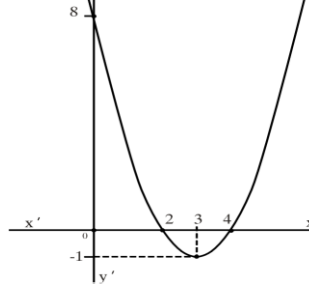
Ε. η γραφική παράσταση της f έχει άξονα συμμ



54. Η παραβολή του διπλανού σχήματος αντιπροσωπ

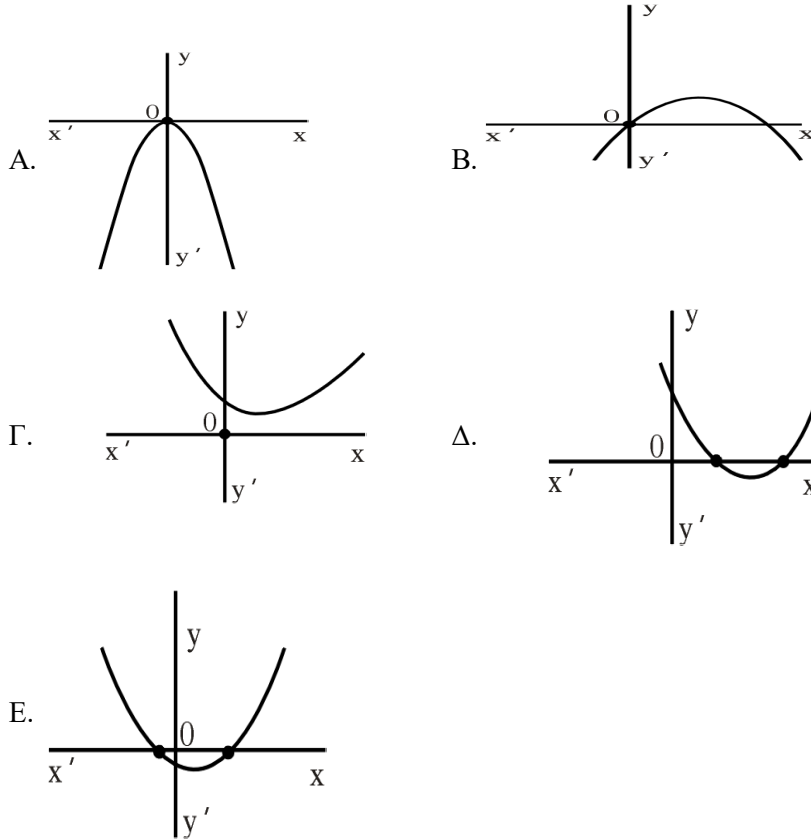
$f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Ποια από τις παρακάτω προτ

- A. $a < 0$ B. $a\beta > 0$ Γ. $a\gamma < 0$
 Δ. η συνάρτηση έχει σύνολο τιμών το $[-1, +\infty)$
 E. η συνάρτηση έχει σύνολο τιμών το $(-1, +\infty)$



55. Για το τριώνυμο $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ ισχύει: $a\gamma < 0$.

Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιπροσωπεύει τη συνάρτηση f;



56. Έστω α, β, γ πραγματικοί αριθμοί με $\alpha > 0$. Αν η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ έχει 2 ρίζες πραγματικές ετερόσημες, ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής;

- A. $\beta^2 - 4\alpha\gamma = 0$ B. $\frac{\beta^2}{\alpha} < 4\gamma$ Γ. $\gamma < 0$
 Δ. $\gamma > 0$ E. $\beta^2 < 4\alpha\gamma$

57. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$. Αν για την εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ ισχύει $\Delta > 0$, ποια από τις επόμενες προτάσεις για τις ρίζες ρ_1, ρ_2 αυτής είναι αληθής;

- A. $\rho_1 + \rho_2 > 0$ B. $\rho_1 + \rho_2 = 0$ Γ. $\rho_1 + \rho_2 < 0$
 Δ. $\rho_1 \cdot \rho_2 > 0$ E. $\rho_1 \cdot \rho_2 = 0$

58. Η εξίσωση: $\lambda x^2 + x - 4\lambda = 0$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$:

- A. έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες
 B. έχει δύο ρίζες πραγματικές και ίσες
 Γ. δεν έχει ρίζες πραγματικές
 Δ. έχει μια ρίζα ίση με το μηδέν

Ε. δεν μπορούμε να συμπεράνουμε κάποιο από τα προηγούμενα

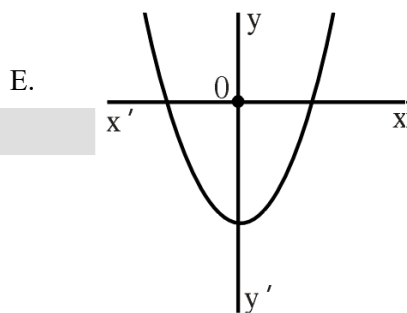
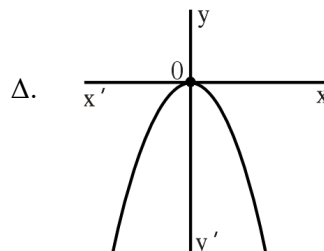
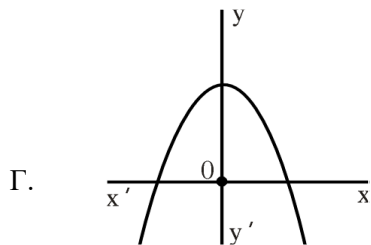
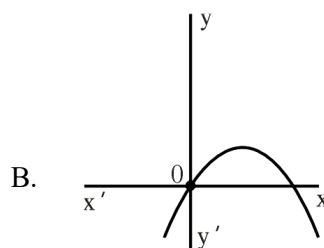
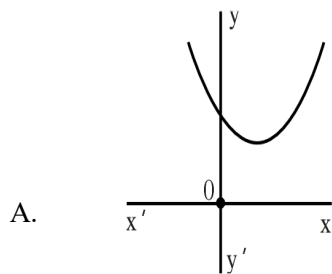
59. Αν $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ και $\Delta < 0$ τότε το τριώνυμο $f(x)$ γράφεται:

A. $f(x) = \left(x - \frac{\beta}{2\alpha}\right)^2$ B. $f(x) = \left(x + \frac{\beta}{2\alpha}\right)^2$

Γ. $f(x) = \alpha \left(x + \frac{\beta}{2\alpha}\right)^2$ Δ. $f(x) = \alpha \left[x + \frac{|\Delta|}{4\alpha^2}\right]$

Ε. $f(x) = \alpha \left[\left(x + \frac{\beta}{2\alpha}\right)^2 + \frac{|\Delta|}{4\alpha^2}\right]$

60. Αν $f(x) = ax^2$ με $a > 0$, τότε η γραφική παράσταση της $g(x) = -\frac{1}{a}x^2$ είναι:



61. Κάθε στοιχείο της στήλης (A) αντιστοιχεί με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (B). Συνδέστε κατάλληλα τα στοιχεία των δύο στηλών:

στήλη (A) Σχέσεις	στήλη (B) $ax^2 + bx + \gamma > 0$
$\Delta < 0$ και $a < 0$ $\Delta < 0$ και $a > 0$ $\Delta > 0$ και $a \neq 0$	• αληθεύει για κάθε x • αληθεύει για κάθε x που βρίσκεται μεταξύ των ριζών του τριωνύμου • αληθεύει για κάθε x εκτός των ριζών του τριωνύμου • δεν αληθεύει για κανένα x • αληθεύει για x ίσο με τις ρίζες του τριωνύμου • δεν μπορούμε να απαντήσουμε για ποια x αληθεύει η ανίσωση

62. Κάθε στοιχείο της στήλης (A) αντιστοιχεί με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (B). Συνδέστε κατάλληλα τα στοιχεία των δύο στηλών.

στήλη (A) σχέσεις	στήλη (B) είδος ριζών της $ax^2 + bx + \gamma = 0$
$\frac{\gamma}{a} < 0$ $\Delta > 0, \frac{\gamma}{a} > 0$ και $-\frac{\beta}{a} > 0$ $\Delta = 0$ $\Delta < 0$	• έχει δύο ρίζες πραγματικές και αρνητικές • έχει δύο ρίζες πραγματικές και θετικές • έχει δύο ρίζες πραγματικές και ετερόσημες • έχει ρίζες πραγματικές και ίσες • δεν έχει ρίζες πραγματικές • δεν μπορούμε να απαντήσουμε για το είδος των ριζών της εξίσωσης

ΜΕΡΟΣ II

Ερωτήσεις αντικειμενικού τύπου

Α. Ερωτήσεις τύπου «σωστό-λάθος»

Π.χ.: Ο αριθμός 12 είναι φυσικός

Σ Λ

$$1. \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots \right\} = \left\{ x/x = \frac{1}{v}, v \in \mathbb{N}^* \right\}.$$

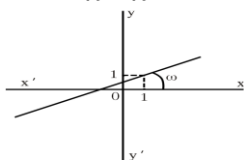
Σ Λ

2. Ο τύπος $f(x) = \sqrt{1+4x^2}$ ορίζει συνάρτηση

Σ Λ

3. Ο συντελεστής διεύθυνσης της ε είναι ω .

Σ Λ

4. Οι ευθείες ε_1 και ε_2 με εξισώσεις $\psi = -3x + 4$ και $\psi = -3x + 5$ αντίστοιχα είναι κάθετες.

Σ Λ

5. Το πεδίο ορισμού της $f(x) = \frac{x}{x^2+x}$ είναι το $\mathbb{R}$.

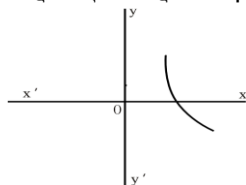
Σ Λ

6. Το σύνολο τιμών της $f(x) = \frac{|x-3|}{x-3}$, $x \neq 3$ είναι $\{-1, 1\}$.

Σ Λ

7. Στο σχήμα έχουμε τη γραφική παράσταση μιας γνησίως αύξουσας συνάρτησης.

Σ Λ

8. Αν η περιττή συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$, τότε $f(0) = 0$.

Σ Λ

9. Το κενό σύνολο συμβολίζεται: $\{0\}$.

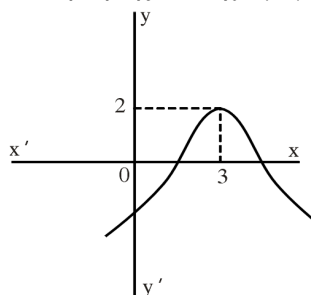
Σ Λ

10. Η συνάρτηση $f(x) = |x - 3| + 2$ έχει ελάχιστο. Σ Λ

11. Αν $f(x) = x^2 - 4x + 7$ τότε $f(3x) = 9x^2 - 12x + 7$. Σ Λ

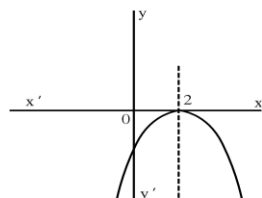
12. Μία συνάρτηση $f: A \rightarrow B$, $A \subseteq \mathbb{R}$ και $B \subseteq \mathbb{R}$ λέγεται πραγματική συνάρτηση πραγματικής μεταβλητής. Σ Λ

13. Στο σχήμα έχουμε τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης που έχει μέγιστο το 3. Σ Λ



14. Τα σημεία $A(a, b)$ και $B(-a, -b)$ του καρτεσιανού επιπέδου είναι συμμετρικά ως προς την αρχή των αξόνων. Σ Λ

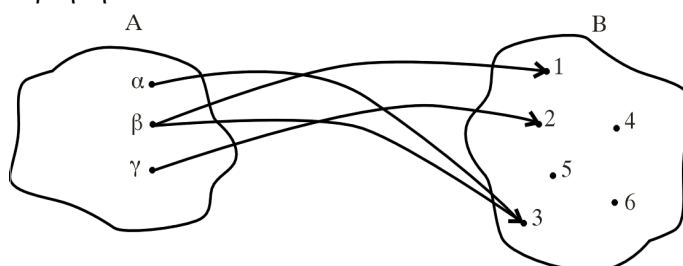
15. Η συνάρτηση g της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα είναι άρτια. Σ Λ



16. Ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων λέγεται ορθοκανονικό, αν οι μονάδες των αξόνων έχουν το ίδιο μήκος. Σ Λ

17. Έχουμε τη συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$. Όταν ο x τείνει προς το $+\infty$, τότε $f(x)$ τείνει στο 0. Σ Λ

18. Το σχήμα παριστάνει συνάρτηση. Σ Λ



19. Η συνάρτηση $f(x) = -3x^4 + 5x^2 + 4$ είναι άρτια. Σ Λ

20. Η συνάρτηση $g(x) = -5x^7 + x^3$ είναι περιττή. Σ Λ

B. Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Βάλτε σε κύκλο το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Ποιος Μαθηματικός είναι ο θεμελιωτής της θεωρίας συνόλων;

- A. Καντόρ B. Νεύτωνα Γ. Ευκλείδης Δ. Αρχιμήδης
E. Πυθαγόρας

2. Η τομή των συνόλων $K = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ και $\Lambda = \{\beta, \gamma, \delta\}$ είναι:

- A. $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ B. $\{\alpha\}$ Γ. $\{\delta\}$ Δ. $\{\beta, \gamma\}$
E. $\{\beta, \gamma, \delta\}$

3. Αν $K = \{0, 3, 5\}$, $\Lambda = \{0\}$, $M = \{3, 5\}$, $N = \{5, 3\}$ τότε είναι:

- A. $K \subseteq \Lambda$ B. $\Lambda \subseteq M$ Γ. $M \subseteq \Lambda$ Δ. $N \subset K$
E. $N \subseteq \Lambda$

4. Αν A και B δύο σύνολα το $A \cup B$ συμβολίζει:

- A. την τομή των συνόλων
B. το συμπληρωματικό του A
Γ. το βασικό σύνολο
Δ. το συμπληρωματικό του B
E. την ένωση των συνόλων

5. Η απόσταση (AB) των σημείων A (- 5, 7) και B (3, 7) είναι:

- A. 10 B. $\sqrt{12}$ Γ. 8 Δ. - 11 E. 14

6. Αν για τη συνάρτηση $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$ ισχύει $f(\sqrt{2}) = 6$, τότε το $f(-\sqrt{2})$ ισούται με:

- A. -1 B. $\sqrt{2}$ Γ. 0 Δ. 5 E. 6

7. Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης έχει άξονα συμμετρίας:

- A. $x'x$ B. $y'y$ Γ. Την ευθεία $y = -x$
Δ. Την ευθεία $y = x$ E. Την ευθεία $y = 2$

8. Η ευθεία $x = 5$ έχει συντελεστή διεύθυνσης:

- A. 0 B. 5 Γ. 1 Δ. 0,5 E. Δεν ορίζεται

9. Η ευθεία ε έχει εξίσωση $y = 5x + 4$. Ποια από τις παρακάτω ευθείες είναι παράλληλη της ε ;

A. $y = -5x + 4$ B. $y = \frac{1}{5}x + 4$ Γ. $y = \frac{5}{4}x + 3$ Δ. $y = -\frac{1}{5}x + 2$

E. $y = 5x + 7$

10. Η γραφική παράσταση της $f(x) = -\frac{3}{x}$ έχει ασύμπτωτες συγχρόνως:

A. Τους ημιάξονες $0x$, $0y$, $0x'$, $0y'$ B. Τους ημιάξονες $0x'$, $0y'$

Γ. Τους ημιάξονες $0x$, $0x'$ Δ. Τους ημιάξονες $0x$, $0y$

E. Τους ημιάξονες $0y$, $0y'$

11. Η συνάρτηση $f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ έχει πεδίο ορισμού:

A. $[1, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$ Γ. $\mathbb{R}$ Δ. $(-\infty, 1)$ E. $(-\infty, 1]$

12. Ο πίνακας τιμών

x	-1	2	3	-2
ψ	-2	1	6	1

αντιστοιχεί στη συνάρτηση:

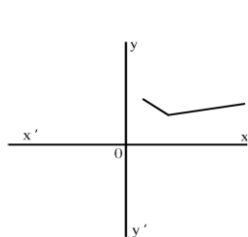
A. $y = 2x$ B. $y = x + 3$ Γ. $y = x^2 - 3$ Δ. $y = x - 1$ E. $y = -x - 3$

13. Μία άρτια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ στο $x_0 = 2$ έχει μέγιστο το

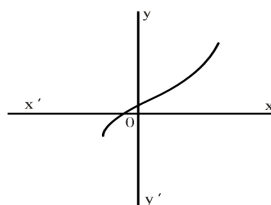
$f(2) = 5$. Η τιμή της f στο -2 είναι:

A. 4 B. -2 Γ. 5 Δ. -1 E. 2

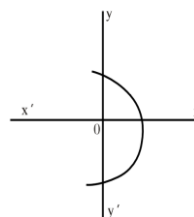
14. Ποια από τις παρακάτω γραμμές δεν αντιστοιχεί σε γραφική παράσταση συνάρτησης:



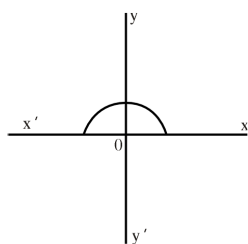
A



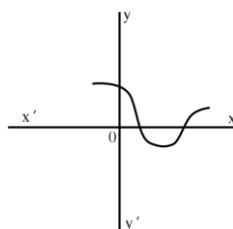
B



Γ



Δ



E.

A B Γ Δ E

15. Ποιας από τις παρακάτω συναρτήσεις η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1/2, 1/4)$:

A. $y = x^2$ B. $y = \frac{1}{2}x^2$ Γ. $y = -2x^2$ Δ. $y = \frac{1}{3}x^2$

E. $y = 1/5 x^2$

16. Το σημείο $(-5, 2)$ είναι συμμετρικό του σημείου $(5, -2)$ ως προς:

A. τον άξονα $x'x$ B. Τον άξονα $y'y$

Γ. Την αρχή των αξόνων Δ. Την ευθεία $y = x$

E. Την ευθεία $y = -x$

17. Αν οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ με εξισώσεις $y = \alpha_1 x + \beta_1$ και $y = \alpha_2 x + \beta_2$ αντίστοιχα είναι κάθετες, τότε ισχύει:

A. $\alpha_1 = \alpha_2$ B. $\alpha_1 = \frac{1}{\alpha_2}$ Γ. $\alpha_1 \alpha_2 = -1$ Δ. $\alpha_1 + \alpha_2 = 0$

E. $\alpha_1 + \alpha_2 = -1$

18. Τα σημεία A $(2, 1)$, B $(-2, 1)$, Γ $(-2, -1)$, Δ $(2, -1)$ αποτελούν κορυφές:

A. Παραλληλογράμμου B. Ορθογωνίου Γ. Τετραγώνου

Δ. Ρόμβου E. Τυχαίου τετραπλεύρου

19. Η συνάρτηση $f(x) = x^3 + (\alpha - 1)x^2 + x + \alpha\beta + 1$ γίνεται περιττή αν:

A. $\alpha = 2, \beta = -1$ B. $\alpha = -1, \beta = 0$ Γ. $\alpha = 1, \beta = -1$

Δ. $\alpha = -2, \beta = 1$ E. $\alpha = 0, \beta = 1$

20. Η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + 3}{-\lambda x^2 + 4}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ αν:

A. $\lambda \leq 0$ B. $\lambda = 1$ Γ. $\lambda > 2$ Δ. $\lambda = 4$

E. $\lambda > 3$

Γ. Ερωτήσεις αντιστοίχισης

Παράδειγμα 1

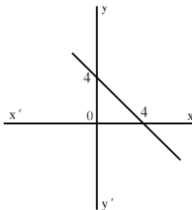
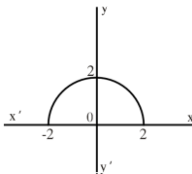
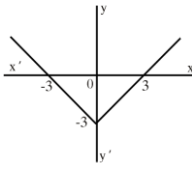
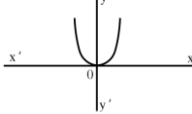
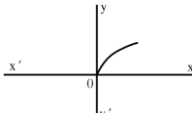
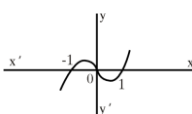
Κάθε σύνολο τιμών της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται σε μία μόνο γραφική παράσταση της στήλης (Β). Συνδέστε με μία γραμμή τα αντίστοιχα στοιχεία.

στήλη (Α) σύνολα τιμών	στήλη (Β) γραφικές παραστάσεις
$[0, +\infty)$	
$[3, +\infty)$	
$[-1, +\infty)$	
$(-\infty, +\infty)$	

Παράδειγμα 2

Κάθε τύπος συνάρτησης της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με μια μόνο γραφική παράσταση της στήλης (Β).

Συνδέστε με μια γραμμή τα αντίστοιχα στοιχεία.

στήλη (Α) τύπος συνάρτησης	στήλη (Β) γραφικές παραστάσεις
$f(x) = \sqrt{x}$	
$g(x) = 4 - x$	
$h(x) = x^3 - x$	
$\varphi(x) = \sqrt{4 - x^2}$	
	
	

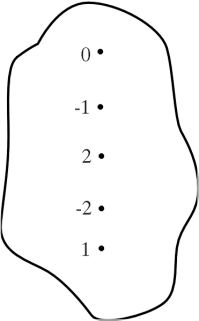
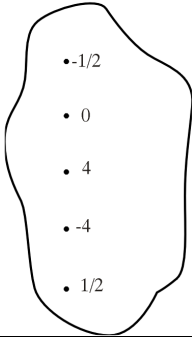
Παράδειγμα 3

Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β)

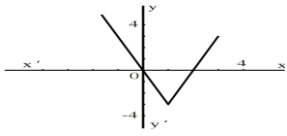
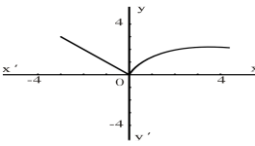
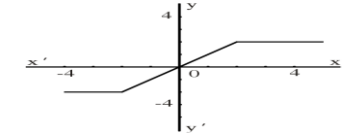
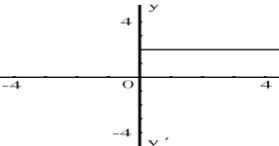
στήλη (Α)	στήλη (Β)
Q	Το σύνολο των ακεραίων αριθμών
N	Το σύνολο των φυσικών αριθμών
R	Το σύνολο των ρητών αριθμών
Z	Το σύνολο των πραγματικών αριθμών
	Το σύνολο των άρτιων αριθμών
	Το σύνολο των περιττών αριθμών

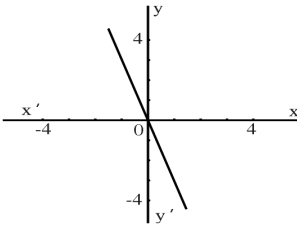
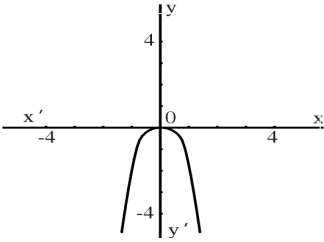
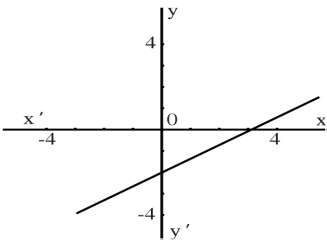
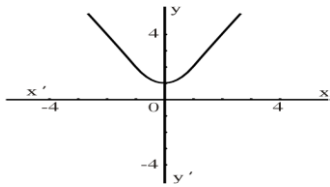
Παράδειγμα 4

Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A και σύνολο τιμών $f(A)$ είναι γνησίως φθίνουσα. Να κάνετε την αντιστοίχιση.

στήλη (A)	στήλη (B)
A 	$f(A)$ 

Συνδέστε κάθε συνάρτηση της στήλης (A) με τη γραφική της παράσταση στη στήλη (B).

Στήλη (A) συνάρτηση	Στήλη (B) γραφική παράσταση
Άρτια συνάρτηση	
Περιττή συνάρτηση	
Σταθερή συνάρτηση	
	

στήλη (Α) γραφική παράσταση	στήλη (Β) τύπος συνάρτησης
	<u>$f(x) = \frac{2}{3}x - 2$</u>
	$h(x) = -2x^2$
	$\sigma(\chi) = -3\chi$
	$\varphi(x) = x^2 + 1$
	$\pi(x) = 3x - 2$
	$t(x) = 3x$
	$\rho(x) = -2x + 3$

1. Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί x, ψ για τους οποίους ισχύει $2 < x < \psi$. Να γράψετε σε μία σειρά από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς:

$$x^2, \quad (x - 1)^2, \quad \psi^2, \quad (\psi + 1)^2$$

.....

.....

.....

2. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας, όπως φαίνεται στην πρώτη γραμμή:

Ανισότητα που ικανοποιεί ο πραγματικός αριθμός x	Διάστημα στο οποίο ανήκει ο πραγματικός αριθμός x
$1 < x \leq 3$	$x \in (1, 3]$
.....	$x \in [2, +\infty)$
$x \leq 8$	
.....	$x \in (-3, 2)$
$-1 \leq x \leq 0$	
$-5 \leq x < 5$	

3. Ελέγξτε αν καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ). Βάλτε σε κύκλο το αντίστοιχο γράμμα όπως δείχνει το παράδειγμα:

$$\text{Αν } x - \psi > 0, \text{ τότε } x > \psi \quad \Sigma \quad \Lambda$$

$$\alpha) \text{ Αν } 2 < x < \psi, \text{ τότε } x\psi > 0 \qquad \qquad \qquad \Sigma \qquad \Lambda$$
$$\beta) \text{ Αν } 2 < x < \psi, \text{ τότε } x\psi - \psi^2 > 0 \quad \Sigma \quad \Lambda$$

γ) $\forall x > 1$, τότε $x^3 > 1$ $\Sigma \quad \Lambda$

δ) $\forall x > 1$, τότε $x^{-2} > 1$ $\Sigma \quad \Lambda$

$$\varepsilon) \text{ Αν } 0 < x < \psi, \text{ τότε } \frac{1}{x} < \frac{1}{\psi} \quad \Sigma \quad \Lambda$$

στ) Αν $0 < x < 1$ και $\kappa > \lambda$ (κ, λ φυσικοί),
 τότε $x^\kappa < x^\lambda$ $\Sigma \quad \Lambda$

$$\zeta) \text{ Αν } x < 0 < \psi, \text{ τότε } \frac{1}{x} < \frac{1}{\psi} \quad \Sigma \quad \Lambda$$

η) Αν $x < 2$ και $\psi > 3$, τότε $3x - 2\psi < 0$ $\Sigma \quad \Lambda$

4. Για τους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύουν: $1,5 < \alpha < 3,5$ και

$2,5 \leq \beta \leq 5,5$. Κάθε παράσταση της πρώτης στήλης ανήκει σε ένα μόνο διάστημα της δεύτερης στήλης.

Συνδέστε με μία γραμμή κάθε παράσταση της πρώτης στήλης με το αντίστοιχο διάστημα της δεύτερης στήλης:

Στήλη (Α) Παράσταση	στήλη (Β) διάστημα
$\alpha + \beta$	[4, 9] (4, 9)
$\alpha - \beta$	(- 4, 1) (2, 6)
$2\alpha - 1$	(10, - 4) [- 10, - 4]
$1 - 2\beta$	(1 X 4 = 4 μονάδες)

- **ΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ** $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ $a \neq 0$

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΔΙΑΚΡΙΝΟΥΣΑΣ

1. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις ως προς x ή y :

α) $x^2 - 4x = 0$

β) $3x^2 = 4x$

γ) $2x^2 + x - 15 = 0$

δ) $5x^2 - 18x - 8 = 0$

ε) $x^2 - 6x + 7 = 0$

στ) $y^2 - y + 1 = 0$

ζ) $y^2 - (\alpha + 3)y + 3^{3\alpha} = 0$

η) $-\frac{1}{2}x^2 + 5x + 1 = 0$

θ) $x^2 + 4\kappa x - 21\kappa^2 = 0$

ι) $4x^2 - 4\kappa x - 35\kappa^2 = 0$

κ) $8y^2 = 10\kappa y + 3\kappa^2$

2. Να προσδιορίσετε το x συναρτήσει του y από τις εξισώσεις:

α) $2y^2 + 3xy - 7y = 2x^2 - 11x + 15$

β) $6y^2 - 4y - 3xy = 9x^2 + 9x + 2$

3. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x+2}{2} - (x-2)^2 = \frac{3x-2}{2}$

4. Αν Δ είναι η διακρίνουσα της εξίσωσης $x^2 + \beta x + \alpha = 0$, βάλτε σε κύκλο τη σωστή ισότητα:

$\Delta = \alpha^2 - 4\beta$ $\Delta = \beta^2$ $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$ $\Delta = \beta^2 - 4\alpha$ $\Delta = 0$

5. Στη στήλη (B) βρίσκονται παραστάσεις που αντιστοιχούν στη διακρίνουσα των εξισώσεων της στήλης (A). Συνδέστε κάθε εξίσωση της στήλης (A) με την παράσταση που αντιστοιχεί στη διακρίνουσά της στήλης (B).

στήλη (A)	στήλη (B)
$x^2 - \alpha = 0$	$-\alpha^2$
$x^2 - \alpha x = 0$	4α
$x^2 - 3x - \alpha = 0$	$9 + 4\alpha$
$-x^2 + \alpha x + 3 = 0$	α^2
	$\alpha^2 + 12$
	$\alpha^2 - 12$



• **ΕΙΔΟΣ ΚΑΙ ΠΛΗΘΟΣ ΡΙΖΩΝ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ $ax^2 + bx + \gamma = 0 \quad a \neq 0$**

1. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις έχει δύο ρίζες άνισες;

A. $x^2 - x + 5 = 0$

B. $x^2 + 2\kappa x + \kappa^2 = 0$

Γ. $x^2 - 2x + 7 = 0$

Δ. $x^2 - x - \kappa^2 = 0$

E. $x^2 - 6x + 9 = 0$

2. Να βρείτε αν έχει ρίζες και πόσες καθεμιά από τις παρακάτω εξισώσεις χωρίς να τις λύσετε:

α) $-x^2 + 4x + 6 = 0$

β) $3x^2 + 2x + 1 = 0$

γ) $2x^2 = 4x - 2\sqrt{3} = 0$

δ) $x^2 - 4x + 4 = 0$

ε) $x^2 - 6mx + 9m = 0$

στ) $2x^2 - 3x + 8 = 0$

ζ) $x^2 - (m - 3)x + m - 4 = 0$

η) $m^2x^2 = m^2 - 5x$

θ) $(m - 3)x^2 - 2mx + m + 2 = 0$

3. Η εξίσωση $x^2 + (m - 1)x - 1 = 0$ έχει ρίζες οποιοσδήποτε κι αν είναι ο m. Γιατί;

4. Η εξίσωση $\lambda x^2 + 5x + 10 = 0$:

α) Για ποια τιμή του λ έχει μία λύση;

β) Για ποια τιμή του λ έχει μια λύση διπλή;

γ) Να βρεθεί η διπλή ρίζα.

5. Δείξτε ότι αν στην εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ τα a και γ είναι ετερόσημα, τότε η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

6. Αν η εξίσωση $x^2 - 2(\kappa - 1)x + 9 = 0$ έχει μια διπλή ρίζα, τότε ο κ ισούται με:

A. 2

B. - 2

Γ. 4

Δ. - 4

E. 3

7. Η εξίσωση $(\lambda + 1)x^2 + \lambda x - 1 = 0$ έχει μία μόνο ρίζα όταν ο λ ισούται με:

Α. 2

Β. - 2

Γ. 1

Δ. - 1

Ε. 0

8. Αν η εξίσωση $x^2 - \beta x + \gamma = 0$, $\gamma \neq 0$ δεν έχει ρίζες, ποια από τις παρακάτω εξισώσεις δεν έχει επίσης ρίζες;

Α. $x^2 - \beta x - \gamma = 0$

Β. $\gamma x^2 - \beta x + 1 = 0$

Γ. $-x^2 + \beta x + \gamma = 0$

Δ. $\gamma x^2 + \beta x - 1 = 0$

Ε. $\gamma x^2 - \beta x - 1 = 0$

9. Αν η εξίσωση $x^2 + \beta x - \gamma = 0$, $\gamma \neq 0$ έχει δύο ρίζες άνισες, συμπληρώστε δίπλα από κάθε εξίσωση το πλήθος των ριζών της.

α) $x^2 - \beta x - \gamma = 0$

β) $\gamma x^2 + \beta x - 1 = 0$

γ) $-x^2 - \beta x + \gamma = 0$

δ) $\gamma x^2 - \beta x - 1 = 0$

ε) $-\gamma x^2 - \beta x + 1 = 0$

10. Αν η εξίσωση $x^2 + 12x + \gamma = 0$ έχει μια διπλή ρίζα, το γ ισούται με:

Α. 24

Β. - 24

Γ. 36

Δ. - 36

Ε. 48

11. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις έχει $\Delta > 0$:

Α. $x^2 + 1 = 0$

Β. $x(x - 2) = 0$

Γ. $\left|x^2 - 1\right| + 3 = 0$

Δ. $x^2 + (x - 1)^2 = -5$

Ε. $x^2 + (x - 1)^2 = 0$

• ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΚΑΙ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΤΩΝ ΡΙΖΩΝ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ

$$ax^2 + \beta x + \gamma = 0 \quad a \neq 0$$

1. Η εξίσωση $x^2 + 2x - 8 = 0$ δέχεται ως ρίζα έναν από τους παρακάτω αριθμούς: 1, -1, 2, -2

Βρείτε ποιον και στη συνέχεια να βρείτε την άλλη ρίζα της εξίσωσης με δύο τρόπους, χωρίς να τη λύσετε.

Υπόδειξη: Χρησιμοποιήστε το άθροισμα και το γινόμενο των δύο ριζών.

Να γίνει το ίδιο και για τις εξισώσεις:

α) $x^2 + 7x - 8 = 0$

β) $2x^2 + 3x - 5 = 0$

γ) $-x^2 + x + 2 = 0$

δ) $x^2 + 3x + 4 = 0$

2. Να ελέγξετε αν οι παρακάτω εξισώσεις έχουν ρίζες. Στην περίπτωση που έχουν να υπολογίσετε το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών.
- α) $x^2 - 3x + 14 = 0$
β) $-x^2 + 4x + 6 = 0$
γ) $2x^2 + 3x + 1 = 0$
δ) $2x^2 - 4x - 2\sqrt{3} = 0$
ε) $x^2 + x(1 + 2\sqrt{2}) + 2\sqrt{2} = 0$
3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + x + \lambda - 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε για ποια τιμή του λ είναι: $x_1x_2 + 3(x_1 + x_2) + 5 = 0$
4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \lambda x - \lambda^2 - 5 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρεθεί ο λ έτσι ώστε να ισχύει η σχέση: $(x_1 - 2)(x_2 - 2) = -4$
5. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 2\lambda x + \lambda^2 - 4\lambda - 5 = 0$. Να βρεθεί ο λ έτσι ώστε να ισχύει η σχέση: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{4}$
6. α) Αποδείξτε ότι η εξίσωση $x^2 + \lambda x - 1 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές, οποιοσδήποτε και αν είναι ο αριθμός λ .
β) Χωρίς να υπολογίσετε τις ρίζες αυτές, να βρείτε τις παρακάτω παραστάσεις:
i) $x_1 + x_2$
ii) x_1x_2
iii) $x_1^2 + x_2^2$
iv) $x_1x_2^2 + x_2x_1^2$
7. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 20(\mu + 3)x + \mu^2 + 6\mu - 5 = 0$ με ρίζες ρ_1, ρ_2 . Αποδείξτε ότι η διαφορά $\rho_1 - \rho_2$ δεν εξαρτάται από το μ .
8. Ποιο είναι το κ , όταν η εξίσωση $\kappa x^2 - 4x - 35 = 0$ έχει άθροισμα ριζών ίσο με 1;
9. Ποιο είναι το κ όταν η εξίσωση $2x^2 + \kappa(x - 6) = 0$ έχει ρίζες των οποίων το γινόμενο είναι $-\frac{1}{2}$;
10. Ποιο είναι το κ όταν η εξίσωση $6x^2 + 7x + \kappa = 0$ έχει μια ρίζα διπλή;
11. Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 5x - 7 = 0$, ποια από τις παρακάτω ισότητες είναι αληθής;
Α. $\rho_1 + \rho_2 = -\frac{5}{2}$ Β. $\rho_1\rho_2 = \frac{7}{5}$
Γ. $\rho_1\rho_2 = -\frac{7}{5}$ Δ. $\rho_1 + \rho_2 = \frac{5}{2}$ Ε. $\rho_1\rho_2 = \frac{7}{2}$
12. Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\gamma \neq 0$, τότε η εξίσωση $\gamma x^2 + \beta x + 1 = 0$ έχει για ρίζες της:

Α. $\rho_1, -\rho_2$

Β. $-\rho_1, \rho_2$

Γ. $\rho_1, \frac{1}{\rho_2}$

Δ. $\frac{1}{\rho_1}, \frac{1}{\rho_2}$

Ε. $\frac{1}{\rho_1}, \rho_2$

13. Αν ρ_1, ρ_2 είναι ρίζες της $x^2 + (\alpha + \gamma)x + \alpha\gamma - \beta^2 = 0$ να βρεθούν οι ρίζες της εξίσωσης $y^2 - (\rho_1 + \rho_2)y + \rho_1\rho_2 + \beta^2$ χωρίς να χρησιμοποιηθεί ο τύπος που λύνει τη δευτεροβάθμια εξίσωση.

14. Δίνεται η εξίσωση: $9x^2 + 6x + \gamma = 0$ με ρίζες ρ_1, ρ_2 . Εάν γνωρίζουμε ότι

$$\rho_1 - \rho_2 = 2,$$

α) να βρείτε τις ρίζες ρ_1 και ρ_2

β) να βρείτε το γ .

16. Να σχηματίσετε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού που να δέχεται ως ρίζες τους αριθμούς:

α) $x_1 = 4, \quad x_2 = 3$

β) $x_1 = 2, \quad x_2 = \mu$

γ) $x_1 = 2\mu + 3, \quad x_2 = 3 - 2\mu$

δ) $x_1 = 5 + \sqrt{2}, \quad x_2 = 5 - \sqrt{2}$

ε) $x_1 = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}, \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$

στ) $x_1 = \frac{\alpha}{\beta}, \quad x_2 = \frac{\beta}{\alpha} \quad \alpha\beta \neq 0$

ζ) $x_1 = \frac{2\mu + 1}{\mu}, \quad x_2 = \frac{3\mu + 1}{\mu} \quad \mu \neq 0$

16. Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ να σχηματίσετε μια άλλη εξίσωση που να δέχεται ως ρίζες τους αριθμούς $k\rho_1, k\rho_2$, όπου k ακέραιος αριθμός.

17. Αν οι παρακάτω εξισώσεις έχουν δύο ρίζες άνισες, ποια απ' αυτές έχει ρίζες αντίστροφους αριθμούς;

Α. $-4x^2 - \beta x + 4 = 0$

Β. $4x^2 + \beta x - 4 = 0$

Γ. $x^2 + \beta x - 1 = 0$

Δ. $x^2 - \beta x + 1 = 0$

Ε. $-x^2 - \beta x + 1 = 0$

• **ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ**

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0$$

1. Σε ποια από τις παρακάτω συναρτήσεις αντιστοιχεί ο πίνακας:

x	1	
f(x)		

7

A. $f(x) = x^2 - 2x + 6$

B. $f(x) = 3x^2 - 3x + 4$

Γ. $f(x) = -4x^2 + 8x - 5$

Δ. $f(x) = x^2 + 2x + 6$

E. $f(x) = -x^2 + 2x + 6$

2. Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της $y = x^2 + bx + \gamma$.

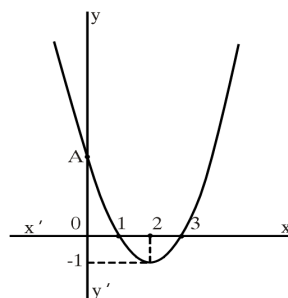
α) Να βρεθούν τα β, γ .

β) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της $y = x^2 + bx + \gamma$;

γ) Ποια είναι η εξίσωση του άξονα συμμετρίας της γραφικής παράστασης;

δ) Να βρεθούν οι συντεταγμένες του A.

ε) Για ποιες τιμές του x το y ισούται με 7;



3. Χρησιμοποιώντας την έννοια της μεταβολής της συνάρτησης $y = x^2$ και την καμπύλη που την παριστάνει γραφικά, συμπληρώστε:

Αν $x < -5$ τότε x^2

Αν $x > \sqrt{2}$ τότε x^2

Αν $1 < x < \sqrt{5}$ τότε x^2

Αν $-2 < x < 0$ τότε x^2

Αν $-2 < x < 3$ τότε x^2

Αν $x^2 < 4$ τότε x

Αν $x^2 > 1$ τότε x ή x.....

Αν έχουμε $x > -1$ τότε μπορούμε να πούμε ότι $x^2 > 1$;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

• **ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΑΝΑΓΟΝΤΑΙ ΣΤΗ ΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ**

1. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$

β) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

γ) $x^4 - 2x^2 - 15 = 0$

δ) $6y^4 + 17y^2 = -12$

ε) $x^4 - 2(\alpha^2 + \beta^2)x^2 + (\alpha^2 - \beta^2)^2 = 0$

2. Να σχηματίσετε διτετράγωνη εξίσωση που να έχει ρίζες $\pm\sqrt{3}$ και $\pm\sqrt{2}$.

3. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $|x|^2 + 2|x| + 1 = 0$

β) $|x - 1|^2 - 4 = 3|x - 1|$

4. Να λυθεί το σύστημα:

$$x^2 + y^2 = 113$$

$$xy = 56$$

$$x - y = 1$$

5. Να λυθούν τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} y = 2x^2 \\ -2x + y = 4 \end{cases}$$

$$\beta) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \\ x^2 + y^2 = 52 \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} x + y = \frac{5}{2} \\ \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{35}{6} \end{cases}$$

• **ΤΡΟΠΗ ΤΟΥ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ** $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ ΣΕ ΓΙΝΟΜΕΝΟ

1. Δίνονται τα τριώνυμα:

$$2x^2 + 3x + 1$$

$$-x^2 + 6x - 1$$

$$2x^2 - 4x + 1$$

$$x^2 - (2 + \sqrt{5})x + 2\sqrt{5}$$

$$\frac{1}{3}x^2 - 2x + 1$$

α) Ελέγξτε αν καθένα από αυτά έχει δύο ρίζες.

β) Υπολογίστε τις ρίζες.

γ) Τρέψτε τα τριώνυμα αυτά σε γινόμενα.

2. α) Βρείτε το λ έτσι ώστε η εξίσωση $x^2 + 2\lambda x + \lambda^2 + 5\lambda + 10 = 0$ να έχει ρίζα το 1. Στη συνέχεια:

β) Βρείτε την άλλη ρίζα της εξίσωσης.

γ) Τρέψτε το πρώτο μέλος της εξίσωσης σε γινόμενο.

3. Απλοποιήστε τις κλασματικές παραστάσεις:

$$\alpha) \frac{x^2 - 6x + 9}{x + 3}$$

$$\beta) \frac{2x^2 - 2x - 12}{x^2 + x - 12}$$

$$\gamma) \frac{4x^2 - 9}{4x^2 - 12x + 9}$$

$$\delta) \frac{x^2 + 3x - 18}{x^2 + 4x - 12}$$

$$\epsilon) \frac{x^2 - \alpha x - 6\alpha^2}{x^2 - 7\alpha x + 12\alpha^2}$$

$$\sigma\tau) \frac{x^2 - 25}{x^2 - 6x + 5}$$

$$\zeta) \frac{x^3 + 2\alpha x^2 + \alpha x}{\alpha x^2 - \alpha^3}$$

4. Συνδέστε με μια γραμμή κάθε τριώνυμο της στήλης Α με την αντίστοιχη παραγοντοποιημένη μορφή του της στήλης Β:

στήλη Α	στήλη Β
$x^2 + (\alpha - \beta)x - \alpha\beta$	$(x - \alpha)(x - \beta)$
$x^2 - (\alpha - \beta)x - \alpha\beta$	$(x + \alpha)(x - \beta)$
$x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$	$(x - \alpha)(x + \beta)$
$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$	$(x + \alpha)(x + \beta)$
	$(\alpha - x)(x + \beta)$
	$(\alpha + x)(\beta - x)$

5. Οι ρίζες του τριωνύμου $ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$ είναι $x_1 = 1$, $x_2 = -2$ και η παραγοντοποιημένη μορφή του $(1 - x)(x + 2)$. Τότε ο a ισούται με:

- A. 1 B. - 1 Γ. 2 Δ. - 2 E. 3

• ΠΡΟΣΗΜΟ ΤΟΥ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ $ax^2 + \beta x + \gamma$ $a \neq 0$

1. Δίνεται το τριώνυμο $4x^2 + 2x - 1$

- α) Για ποιες τιμές του x το τριώνυμο γίνεται ίσο με 0;
β) Για ποιες τιμές του x το τριώνυμο γίνεται θετικό;
γ) Για ποιες τιμές του x το τριώνυμο γίνεται αρνητικό;

2. Το ίδιο για το τριώνυμο $3x^2 + 3x + 2$.

3. Για ποιες τιμές του x καθεμιά από τις παρακάτω ρίζες:

$$\sqrt{2x^2 - 7x + 3}, \quad \sqrt{x^2 - 4x + 4}, \quad \sqrt{x^2 + 9x + 18}, \quad \sqrt{2x^2 - x + 1}$$

έχει έννοια πραγματικού αριθμού;

4. Δίνεται το τριώνυμο $x^2 - 8x + 12 = 0$.

- α) Ποιες είναι οι ρίζες του;
β) Όταν το x μεταβάλλεται από 3 έως 5, το πρόσημο του $x^2 - 8x + 12$ μεταβάλλεται; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

5. Να λυθούν οι ανισώσεις:

- α) $-x^2 + 5x - 6 \leq 0$
β) $-x^2 + 4x - 4 > 0$
γ) $-x^2 + x - 1 < 0$
δ) $2x^2 + x - 15 > 0$
ε) $5x^2 + 3x - 2 < 3x^2 - 2x + 10$
στ) $6x^2 - 8 < 2x^2 - 3x + 2$
ζ) $x^2 + 1 > 0$
η) $4x^2 + 5 > 0$

6. Ναδειχθεί ότι η ανίσωση $x^2 + 6ax + 9a^2 + 4 > 0$ αληθεύει για κάθε πραγματικό αριθμό x .

7. Να βρεθούν οι τιμές του μ για τις οποίες το τριώνυμο $(\mu - 5)x^2 - 3x + 4$ είναι θετικό για κάθε πραγματικό αριθμό x .

8. Αν το τριώνυμο $f(x) = x^2 + \beta x + \gamma$ έχει $\Delta < 0$, ποια από τις παρακάτω ανισώσεις αληθεύει για κάθε πραγματικό αριθμό x ;

- A. $f(x) < 0$ B. $-3f(x) \geq 0$ Γ. $(x^2 + 1) \cdot f(x) > 0$
Δ. $\frac{f(x)}{x^2 + 1} < 0$ E. $\frac{f(x)}{x^2 + 1} \leq 0$

9. Το τριώνυμο $f(x) = x^2 - 5x - 6$ έχει ρίζες τους αριθμούς - 1 και 6.

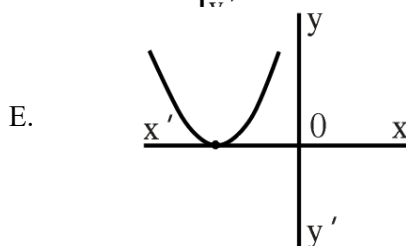
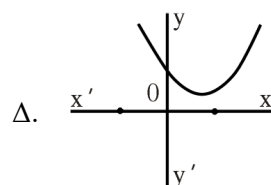
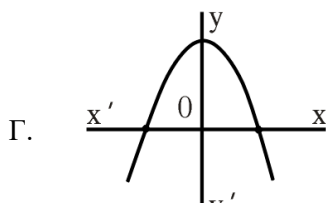
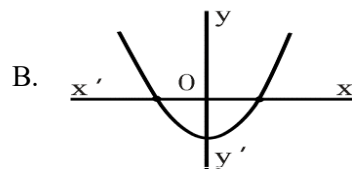
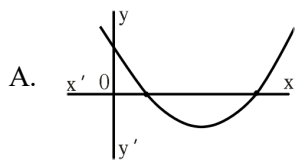
Ποια από τις παρακάτω ανισότητες είναι σωστή;

- A. $f(0, 1999) > 0$ B. $f(0, 1999) \geq 0$ Γ. $f(1999) < 0$

$\Delta. f(1999) \leq 0$

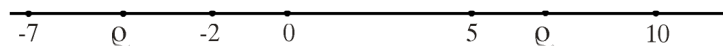
$E. f(-1999) > 0$

10. Οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιπροσωπεύουν συναρτήσεις γενικής μορφής $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$
Σε ποια από αυτές είναι $\Delta > 0$ και $a < 0$;



11. Στον παρακάτω άξονα είναι τοποθετημένες οι ρίζες ρ_1, ρ_2 της εξίσωσης

$$-x^2 + bx + c = 0 \text{ και οι αριθμοί } -7, -2, 5, 10.$$



Αν $f(x) = -x^2 + bx + c$ να συμπληρώσετε το κατάλληλο σύμβολο ($>$) ή ($<$) στα παρακάτω κενά:

$$f(-7) \dots\dots\dots 0 \quad f(-2) \dots\dots\dots 0$$

$$f(5) \dots\dots\dots 0 \quad f(10) \dots\dots\dots 0$$

12. Το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $x^2 - 18x + c = 0$ γίνεται μέγιστο όταν ο c ισούται με:

A. - 18

B. 18

Γ. 18^2

Δ. 81

E. - 81

• **ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ $A(x) \cdot B(x) \cdot \Gamma(x) \dots \Phi(x) \geq 0$**

1. Να λυθούν οι ανισώσεις:

α) $(x - 1)(x - 2) > 0$

β) $(x + 1)(x + 3) < 0$

γ) $(x^2 + 1)(x - 6) > 0$

δ) $(x - 5)(x + 1)^2(x + 2)(x - 3) < 0$

ε) $x(x^2 - 3x + 2)(2x^2 + 5x + 3)(x^2 + x + 1) < 0$

στ) $(x + 2)^2(2x^2 - 5x - 3)(3x^2 + 2x + 1) > 0$

ζ) $x^3 - x^2 - 20x < 0$

η) $4x^3 - 20x^2 + 18x < 0$

• **ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ $\frac{A(x)}{B(x)} > 0$ ή $\frac{A(x)}{B(x)} < 0$**

1. Να λυθούν οι ανισώσεις:

α) (ι) $\frac{1}{x} > 0$ (ιι) $\frac{1}{x} < 0$

β) $\frac{1}{x+2} > 0$

γ) (ι) $\frac{-3}{x^2} > 0$ (ιι) $\frac{-3}{x^2} < 0$

δ) $\frac{3x-1}{x+2} > 2$

ε) $\frac{x^2+3x-4}{x(x+3)} < 0$

στ) $\frac{4x}{3x-x^2} > \frac{1}{2}$

ζ) $\frac{7x^2}{x^3+3x^2} > 0$

η) $\frac{2x^2-4x+5}{x^2+2} > 1$

θ) $\frac{x^2-4x+3}{x-2} > 0$

2. Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{2x}{x-1} + \frac{3x-1}{3x+1} < 2$

3. Ναδειχθεί ότι για κάθε $x \in (1, 4)$ το κλάσμα $A = \frac{x^2-5x+4}{x^2+2x+1}$ είναι αρνητικό.

• **ΣΥΝΑΛΗΘΕΥΣΗ ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ**

1. Για ποιες τιμές του x συναληθεύουν οι ανισώσεις:

$x^2 - 8 < 0$ και $x^2 - 5x + 6 > 0$

2. Για ποιες τιμές του x συναληθεύουν οι ανισώσεις:

$-x^2 + 2x < -3$

$x^2 - 2x - 15 < 0$

$x - 2 > 0$

3. Για ποιες τιμές του x ισχύει η διπλή ανίσωση:

$-3 < -x^2 + 2x + 3 < 0$