

ΘΕΩΡΗΜΑ ΘΑΛΗ

ΘΕΜΑ 2ο

ΘΕΜΑ 2-18975

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=9$, $A\Gamma=15$. Από το βαρύκεντρο Θ φέρνουμε ευθεία παράλληλη στην πλευρά $B\Gamma$ που τέμνει τις $AB, A\Gamma$ στα Δ, E αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{2}{3}$ και $\frac{AE}{E\Gamma} = 2$. (Μονάδες 15)

β) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων $A\Delta, E\Gamma$. (Μονάδες 10)

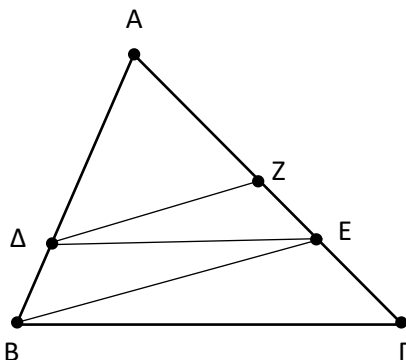
ΘΕΜΑ 2-19024

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του παρακάτω σχήματος, το τμήμα ΔE είναι παράλληλο στην πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου. Από το σημείο Δ φέρουμε την παράλληλη προς τη BE η οποία τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο Z . Να αποδείξετε ότι:

α) $\frac{AE}{A\Delta} = \frac{A\Gamma}{AB}$ (Μονάδες 10)

β) $\frac{AZ}{A\Delta} = \frac{AE}{AB}$ (Μονάδες 10)

γ) $\frac{AE}{A\Gamma} = \frac{AZ}{AE}$ (Μονάδες 5)



ΘΕΜΑ 2-19026

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τυχαίο σημείο Δ στην πλευρά $B\Gamma$. Φέρνουμε από το σημείο Δ παράλληλες στις πλευρές $A\Gamma$ και AB που τέμνουν αντίστοιχα τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα σημεία E και Z . Να αποδείξετε ότι:

α) $\frac{\Delta E}{A\Gamma} = \frac{B\Delta}{B\Gamma}$ (Μονάδες 10)

β) $\frac{Z\Delta}{AB} = \frac{\Delta\Gamma}{B\Gamma}$ (Μονάδες 10)

γ) $\frac{\Delta E}{A\Gamma} + \frac{Z\Delta}{AB} = 1$ (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2-19033

Δίνεται κυρτό τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ και τα σημεία E, Z, H και Θ των πλευρών του $A\Delta$, AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$

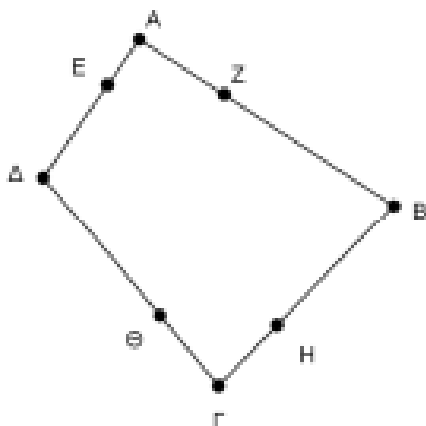
αντίστοιχα τέτοια, ώστε $\frac{AE}{A\Delta} = \frac{AZ}{AB} = \frac{\Gamma H}{\Gamma B} = \frac{\Gamma\Theta}{\Gamma\Delta} = \frac{1}{3}$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $EZ \parallel \Theta H \parallel \Delta B$. (Μονάδες 10)

β) $EZ = \Theta H = \frac{1}{3} \Delta B$ (Μονάδες 10)

γ) το $EZH\Theta$ παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 5)



ΘΕΜΑ 2-19035

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα σημεία Δ και E των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα ώστε $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{AE}{A\Gamma} = \frac{1}{3}$.

Από το σημείο E φέρνουμε παράλληλη προς την AB , η οποία τέμνει την $B\Gamma$ στο σημείο Z . Να αποδείξετε ότι :

α) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta E$ είναι όμοια. (Μονάδες 10)

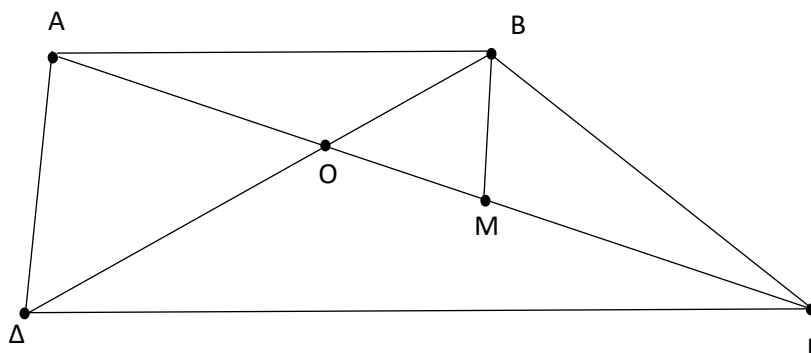
β) $3 \cdot BZ = B\Gamma$. (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2-19036

Οι διαγώνιοι του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) με $\Gamma\Delta > AB$ τέμνονται στο O . Η παράλληλη από το B προς την $A\Delta$ τέμνει την $A\Gamma$ στο M . Αν $OA = 12$, $OB = 9$ και $O\Gamma = 36$, να αποδείξετε ότι:

α) $O\Delta = 27$. (Μονάδες 12)

β) $OM = 4$. (Μονάδες 13)

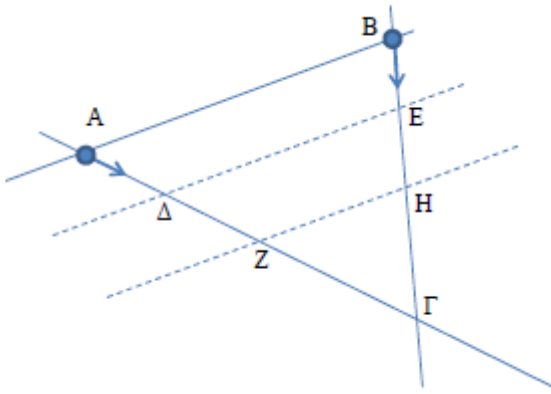
**ΘΕΜΑ 4ο****ΘΕΜΑ 4-22334**

Δύο οχήματα κινούμενα με σταθερές ταχύτητες v_1 και v_2 , περνούν ταυτόχρονα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ από τα σημεία A και B αντίστοιχα και συναντιούνται στο σημείο Γ όπως φαίνεται στο σχήμα.

(Δίνεται ότι η ταχύτητα ενός σώματος που κινείται με σταθερή ταχύτητα είναι ίση με το διάστημα που κινήθηκε προς τον αντίστοιχο χρόνο.)

α) Μετά από χρόνο t_1 το όχημα που περνά από το σημείο A βρίσκεται στο σημείο Δ της διαδρομής $A\Gamma$ ενώ το όχημα που περνά από το σημείο B βρίσκεται στο σημείο E της διαδρομής $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι $\Delta E \parallel AB$. (Μονάδες 12)

β) Έστω Z σημείο της διαδρομής $A\Gamma$ και H σημείο της διαδρομής $B\Gamma$. Αν $ZH \parallel AB$, να αποδείξετε ότι τα οχήματα περνούν ταυτόχρονα από τις θέσεις Z και H . (Μονάδες 13)



ΘΕΩΡΗΜΑ ΔΙΧΟΤΟΜΩΝ

ΘΕΜΑ 2ο

ΘΕΜΑ 2-19031

Στο κυρτό τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του παρακάτω σχήματος, η διχοτόμος της γωνίας

$\hat{A}$ είναι παράλληλη στην πλευρά $B\Gamma$ και τέμνει τη ΔB στο E και τη $\Delta\Gamma$ στο Z .

Αν $A\Delta = 12$, $AB = 8$,

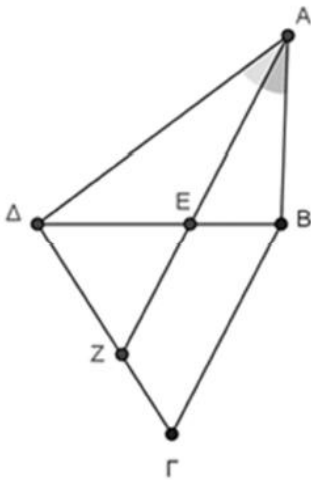
$\Delta E = 9$ και $Z\Gamma = 6$, να αποδείξετε ότι:

α) $EB = 6$

β) $\Delta Z = 9$

(Μονάδες 13)

(Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ 2-19040

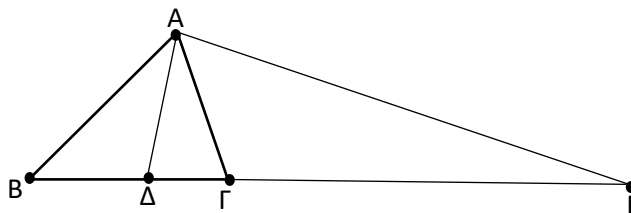
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB > A\Gamma$) και $A\Delta$, $A\epsilon$ η εσωτερική και η εξωτερική διχοτόμος του αντίστοιχα. Αν είναι $AB = 6$, $\Delta B = 3$, $B\Gamma = 5$ και $B\epsilon = 15$, να αποδείξετε ότι:

α) $A\Gamma = 4$

β) $\Delta E = 12$

(Μονάδες 12)

(Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2-22318

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A\Delta$ διχοτόμο της $\hat{A}$. Φέρουμε τις διχοτόμους ΔE και ΔZ των γωνιών

$\hat{A}\hat{\Delta}B$ και $\hat{A}\hat{\Delta}\Gamma$ αντίστοιχα.

α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες:

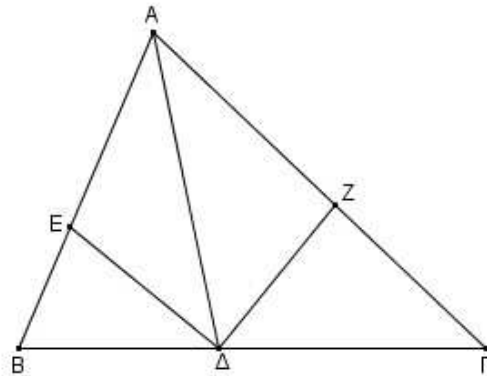
i. $\frac{AE}{\dots} = \frac{\dots}{\Delta B}$.

ii. $\frac{\dots}{Z\Gamma} = \frac{\Delta A}{\dots}$.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι: $\frac{AE}{EB} \cdot \frac{Z\Gamma}{AZ} = \frac{A\Gamma}{AB}$.

(Μονάδες 15)



ΟΜΟΙΑ ΠΟΛΥΓΩΝΑ

ΘΕΜΑ 2ο

ΘΕΜΑ 2-19023

Στο παρακάτω σχήμα, τα πολύγωνα ABΓΔΕ και ΚΛΜΝΡ είναι όμοια και έχουν $\hat{A} = \hat{N}$ και $\hat{B} = \hat{L}$.

α) Να προσδιορίσετε το λόγο ομοιότητάς τους. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε το μήκος x της πλευράς ΑΕ. (Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε την περίμετρο του πολυγώνου ABΓΔΕ. (Μονάδες 9)

