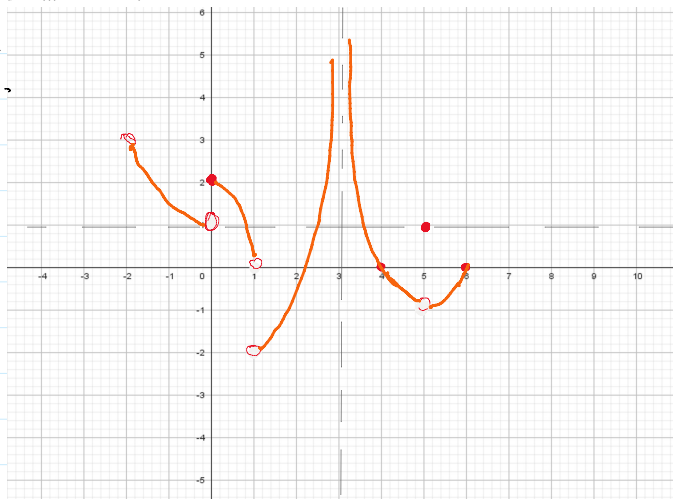


Ασκήσεις Συναρτήσεων - ΑΡΧΙΚΑ

Κυριακή, 22 Νοεμβρίου 2023 8:13 πμ



0.

- Να βρούμε το πλάτος Ορίστων
- Να βρούμε τα σημεία ατομικής

γ) υπολογίστε, αν υπάρχει τα ακόλουθα:

i) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{x+2}$

ii) $\lim_{x \rightarrow 1} (f^3(x) + 2f(x))$ iii) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\arcsin\left(\frac{1}{x-3}\right)}{f(x)}$

iv) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{f(x)+1}$

v) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{f(x)}$

vi) $\lim_{x \rightarrow 3} (\ln(2^{f(x)} + x^2 + 3) - f(x))$

1. αλγεbras - ορίστων

i) Έστω $f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2-2|-|x-2|}{|x+5|-2}, & x \neq 0, -10 \\ 1, & x \geq 0 \\ 2, & x = -10 \end{cases}$ εξετάστε ως προς τα σημεία ατομικής

i) $x = 0$

ii) $x = -10$

ii) Έστω $f(x) = \begin{cases} \frac{5\arcsin x + x}{x^2 - 2x}, & x < 0 \\ 2x - 3, & 0 \leq x < 3 \\ \frac{3 - \sqrt{x+6}}{2 - \sqrt{x+1}}, & x > 3 \end{cases}$

Εξετάστε ως προς τα σημεία ατομικής στο $x_0 = 0$, $x_1 = 3$

και υπολογίστε

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

B

Παράδειγμα Έστω

i) $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}, & x > 1 \\ 7x^3 + 5x^2 + 1, & x \leq 1 \end{cases}$ εξετάστε

στον $x=1$

7; (2+2)

ii) $f(x) = \begin{cases} \frac{\arcsin(x-1)}{\sqrt{x^2+3}-2}, & x < 1 \\ e^{x+\alpha^2} + \ln(x^2+\beta^2), & x \geq 1 \end{cases}$

Εξετάστε αν $\sim f$ στο $x=1$

Γ. Βοήθημα, Προβλήματα 24ης

α) Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνεχής με $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - \sqrt{x+7}}{x^2-4} = \frac{1}{4}$

υπολογίστε α) $f(2)$, β) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$,

γ) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x f(x) - 2 f(2)}{x-2}$.

Δ. Βοήθημα 24ης

ι) Έστω f συνεχής $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και ισχύει υπ $f(x) \geq x^2 + 3x$
 $f(x) = f(0) = ;$

Ε. Βοήθημα με συμπληρώσεις: 

ι) Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ όπου η δεύτερη παράσταση δH λέει ότι
μετά τις 2w αλλαγές

$$\text{ισχύει } f(x+y) = f(x) \cdot f(y) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

α) $f(0) = ;$

β) αν f συνεχής στο $x_0 = 0$ τότε f συνεχής στο $\mathbb{R}$

ii) Έστω $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ που ισχύει $f(x \cdot y) = f(x) + f(y) + xy - x - y$
 $\forall x, y \in \mathbb{R}^*$ α) $f(1) = ;$ β) αν η f συνεχής στο $x_0 = 1$

υπό η f συνεχής στο $\mathbb{R}^*$

iii) Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνεχής στο $x=0$ και $f(x-2y) = f(x) - 2f(y)$
 $\forall x, y \in \mathbb{R}$, τότε η f συνεχής στο $\mathbb{R}$

Ε7. Γκράμ

ι) Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνεχής με ισχύει $\lim_{h \rightarrow 1} \frac{f(3h)}{h-1} = 6$

α) υπολογίστε ι) $f(3)$ ii) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{\sqrt{x^2+7} - 4}$,

iii) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) - f(3)$

iii) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$

B) Skizze zu $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ oder $\forall x \in \mathbb{R} \quad g^3(x) + g(x) = f(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$
 Sei auch $\{g\}$ or n g beliebig wo $x_0 = z$

OLDIES BUT GOODIES...

ii) Es sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ für zwei verschiedene $x, y \in \mathbb{R}$ $f^3(x) + f(x) = x, \quad x \in \mathbb{R}$

a) $r \sigma_0 \approx 1 \text{ \AA}$

21 106 4 60000

β₁ rδ₀ ≠ η₁η_n'

8) $\int_{\gamma} \frac{1}{z} dz$

$$f(e^x + 3x) + f(e^x + 3x - 2) = f(x+1) - f(1-x)$$